THÉORIE COMPLETTE DE LA CONSTRUCTION ET DE LA...

Leonhard Euler

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

8805.L.40

Digitized by Google

THÉORIE COMPLETTE
DE LA
CONSTRUCTION
ET DE LA
MANOEUVRE
DES VAISSEAUX.

*

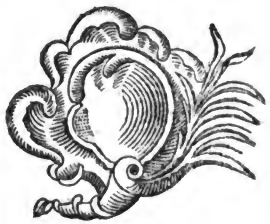
Digitized by Google

Digitized by Google

THÉORIE COMPLETTE
DE LA
CONSTRUCTION
ET DE LA
MANOEUVRE
DES VAISSEAUX

MISE
À LA PORTÉE DE CEUX QUI S'APPLIQUENT
À LA NAVIGATION.

PAR
Mr. LEONARD EULER.



À ST. PETERSBOURG,
De l'Imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences.
1773.

Digitized by Google

Digitized by Google

À

SON ALTESSE IMPÉRIALE

MONSEIGNEUR

PAUL PETROVITZ

GRAND-DUC

DE TOUTES LES RUSSIES

DUC REGNANT DE SCHLESWIG-HOLSTEIN

GRAND-AMIRAL DE RUSSIE.

&c. &c. &c.

Digitized by Google

Digitized by Google

MONSEIGNEUR!

Le petit ouvrage, que je prends la liberté de dédier avec le plus profond reſpect à VOTRE ALTESSE IMPÉRIALE, roule ſur un objet, qui ſemble ſuffiſamment excuſer ma hardieſſe.

Digitized by Google

La ſcience de tout ce qui regarde la navigation eſt ſans contredit une des plus ſublimes & des plus utiles connoiſſances de l'eſprit humain. Cependant elle a été jusqu'ici prèsqu' entièrement négligée, & quoique ce ne ſoit que depuis quarante ans, que les Géomètres y aïent travaillé avec quelque ſuccès, leurs découvertes ſont tellement enveloppées dans les plus profonds calculs, que les marins n'en ont pu retirer prèsqu'aucun fruit.

Je

Je me flatte d'avoir trouvé moyen de mettre toutes leurs recherches à la portée de ceux qui s'appliquent à la marine, & il n'y a aucun doute, qu'une connoîſſance exacte des vrais principes & des raiſons, ſur lesquelles ſe fonde la bonté de la conſtruction des vaiſſeaux, ne les mette en état de perfectionner la pratique & de remédier à tous les défauts, qui pourroient encore s'y gliſſer.

Digitized by Google

EPITRE.

L'utilité, qui peut réſulter de cet ouvrage, m'a enhardi à le mettre aux pieds de VOTRE ALTESSE IMPÉRIALE, & j'oſe eſpérer qu' ELLE voudra bien en agréer l'hommage.

Je ſuis avec le plus profond reſpect

MONSEIGNEUR!

DE VOTRE ALTESSE IMPÉRIALE,

St. Petersbourg, le 30 November 1773.

le très-humble & très-obeïſſant Serviteur.

L. Euler.

Digitized by Google

TABLE
DES MATIERES.

PREMIERE PARTIE.

Où l'on conſidére les vaiſſeaux en équilibre & hors de courſe.

CHAPITRE Ier. *Des vaiſſeaux en général.* - - *pag.* 3.

CHA-

Digitized by Google

TABLE DES MATIERES.

CHAPITRE II^d. *Sur la flottaiſon du vaiſſeau, ou ſon état d'équilibre en général.* - pag. 10.

CHAPITRE IIIme. *Sur les efforts de l'eau pour arquer les vaiſſeaux.* - - - pag. 17.

CHAPITRE IVme. *Sur les trois différentes eſpèces d'équilibre.* p. 22.

CHAPITRE Vme. *Sur la maniere de ramener la ſtabilité à une meſure déterminée.* - pag. 28.

CHAPITRE VIme. *Sur la détermination de la ſtabilité des vaiſſeaux.* - - - pag. 38.

CHAPITRE VIIme. *Sur le moment de la ſection d'eau d'un vaiſſeau.* - - - pag. 52.

CHAPITRE VIIIme. *Conſidérations des autres élémens, qui entrent dans la détermination de la ſtabilité.* - - - pag. 65.

CHAPITRE IXme. *Sur les moyens de procurer aux vaiſſeaux un ſuffiſant dégré de ſtabilité.* pag. 75.

CHA-

Digitized by Google

CHAPITRE Xme. *Sur le mouvement du roulis & du tangage des vaiſſeaux.* - pag. 89.

SECONDE PARTIE.

Où l'on traite de la réſiſtance, que les vaiſſeaux rencontrent dans leurs courſes & de l'action du gouvernail.

CHAPITRE Ier. *Sur la réſiſtance d'une ſurface plane, étant mue dans l'eau.* - - pag. 101.
CHAPITRE II^d. *Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans leurs courſes directes.* - - pag. 115.
CHAPITRE IIIme. *Sur la maniere d'eſtimer la réſiſtance d'une proue donnée.* - - pag. 126.
CHAPITRE IVme. *Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans les courſes obli-*

Digitized by Google

obliques, & de la dérive en général. - - *pag.* 139.

CHAPITRE Vme. *Sur le rapport entre les obliquités de la route d'un vaisseau & de la force poussante.* - - *pag.* 152.

CHAPITRE VIme. *Sur le lieu de l'application de la force poussante.* - - - *pag.* 168.

CHAPITRE VIIme. *Sur l'action du gouvernail dans la course directe.* - - - *pag.* 179.

CHAPITRE VIIIme. *Sur l'action du gouvernail dans les courses obliques.* - - *pag.* 197.

CHAPITRE IXme. *Sur le mouvement dont l'action du gouvernail fait tourner les vaisseaux.* *pag.* 208.

TROI-

Digitized by Google

TROISIEME PARTIE.

De la mâture & de la manoeuvre des vaiſſeaux.

CHAPITRE Ier. *Sur les voiles & la force du vent.* - *pag.* 221.
CHAPITRE II^d. *Sur la mâture des vaiſſeaux, & ſur la figure de la proue, que l'action des voiles exige.* - - *pag.* 234.
CHAPITRE IIIme. *Sur le mouvement des vaiſſeaux dans les courſes directes.* - - *pag.* 250.
CHAPITRE IVme. *Sur le mouvement des vaiſſeaux dans les courſes obliques.* - - *pag.* 263.
CHAPITRE Vme. *Sur le plus prompt ſillage des vaiſſeaux; leur route & la direction du vent étant données.* - - *pag.* 281.
CHAPITRE VIme. *Sur la meilleure maniere de louvoyer pour arriver au vent.* - *pag.* 302.

CHA-

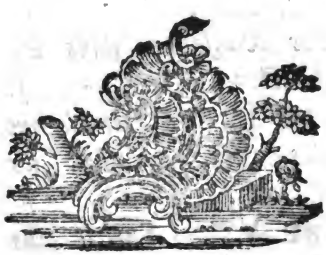
Digitized by Google

TABLE DES MATIERES.

CHAPITRE VIIme. *Eclairciſſemens ſur les différentes eſpeces des vaiſſeaux.* - - *pag.* 316.

SUPPLÉMENT.

Sur l'action des rames. *pag.* 331.



PREMIE-

PREMIERE PARTIE

Où l'on considere

LES VAISSEAUX EN EQUILIBRE

&

HORS DE COURSE.

Digitized by Google

Digitized by Google

THEORIE COMPLETE
de la
Conſtruction & de la manoeuvre
des Vaiſſeaux.

PREMIERE PARTIE.
Où l'on conſidere les vaiſſeaux en équilibre & hors de courſe.

CHAPITRE I.
Des Vaiſſeaux en général.

§. 1.

Quelques differentes que ſoient les figures des vaiſſeaux dont on ſe ſert dans la navigation, on y trouve cette proprieté générale, que

Digitized by Google

chaque vaiſſeau eſt compoſé des deux parties parfaitement égales & jointes par le milieu ſelon la longueur du vaiſſeau, enſorte qu'il y a toujours une ſection qui partage le vaiſſeau en deux parties ſemblables & égales: cette ſection faite depuis la proüe jusqu'à la pouppe par le milieu du vaiſſeau ſera nommée la *ſection diametrale*, & la moitié, qui ſe trouve à la droite de cette ſection ſera le *ſtribord*, & celle à la gauche le *basbord*, à l'égard de celui qui de la pouppe régarde vers la proüe.

§. 2.

Puisque ces deux parties ſont non ſeulement ſemblables entre elles, mais qu'on a auſſi ſoin de les charger également des deux cotés, le centre de gravité du vaiſſeau tout entier tombera néceſſairement dans la ſection diametrale, & il eſt de la derniere importance de connoître exactement le lieu de ce point, que nous marquerons dans la ſuite

ſuite par le nom du *centre de gravité.*

§. 3.

Quand le vaiſſeau ſe trouve dans ſa juſte aſſiette & en équilibre, la ſection diametrale doit toujours être verticale ou perpendiculaire à l'horizon: outre cela il y aura encore une ligne parallele à l'horizon, qui paſſant par le centre de gravité ſera dirigée depuis la pouppe juſqu'à la proüe, & nous nommerons cette ligne l'axe principal du vaiſſeau ſelon ſa longueur; or tirant une ligne verticale par le centre de gravité, elle ſera nommée l'axe vertical du vaiſſeau; enfin une troiſieme ligne perpendiculaire à ces deux axes, qui traverſera le vaiſſeau ſelon ſa largeur, ſera appellée l'axe du vaiſſeau ſelon ſa largeur. C'eſt à ces trois axes, qui ſe coupent perpendiculairement dans le centre de gravité, qu'il faut principalement avoir égard lorſqu'il s'agit de déterminer

tous les mouvemens, dont un vaiſſeau eſt ſuſceptible.

§. 4.

On ſait, que le centre de gravité eſt le point, où ſe réunit le poids du vaiſſeau tout entier, ou par lequel paſſe la moyenne direction de toutes les forces de la gravité dont toutes les parties du vaiſſeau ſont animées; donc auſſitôt qu'on connoit le poids du vaiſſeau tout entier, on ſait, qu'il eſt pouſſé par une force égale à ce poids, dont la direction ſe trouve préciſement dans l'axe vertical du vaiſſeau & tend vers le centre de la terre.

§. 5.

Après les trois axes dont nous venons de parler, il eſt bon auſſi de conſiderer trois ſections principales de chaque vaiſſeau, dont la premiere eſt celle qui eſt déterminée par l'axe principal ſelon la longueur & par l'axe verti-

Digitized by Google

vertical; d'où il eſt clair, que cette ſection eſt la même que celle, que nous avons deja nommée la diametrale. La ſeconde ſection principale eſt déterminée par l'axe ſelon la largeur & par l'axe vertical; elle eſt donc auſſi bien verticale que la précédente, mais puisqu'elle eſt faite ſelon la largeur du vaiſſeau, elle eſt nommée la ſection transverſale; enfin la troiſieme ſection principale faite par les deux axes horizonteaux, celui de longueur & celui de largeur, ſera auſſi horizontale & partout parallele au niveau de la mer lorsque le vaiſſeau ſe trouve en équilibre.

§. 6.

La conſideration de ces trois ſections principales eſt d'autant plus importante, qu'elle renferme déja une connoiſſance aſſés complette de la figure de tous les vaiſſeaux, car quoique ces trois ſections ne déterminent pas encore la figure du vaiſſeau, & qu'el-

les peuvent convenir à une infinité de figures differentes du vaisseau entier, cependant toutes ces differences ne sauroient exceder certains bornes assés étroites, de sorte que quelqu' idée que nous nous formions de la figure du vaisseau, elle ne sauroit s'écarter considerablement de la verité.

§. 7.

Tab. I. Fig. 1. Pour éclaircir cela mieux, que la figure 1re, nous répresente la figure d'un vaisseau quelconque, dont IACBK soit la section diametrale & le point G le centre de gravité du vaisseau, par lequel soit tiré dans le même plan vertical l'axe selon la longueur A G B, & l'axe vertical D G C; aux quels soit tiré à l'angle droit le troisieme axe E G F horizontal selon la largeur du vaisseau, ensorte que ces trois axes principaux seront A G B, C G D & E G F. Enfuite outre la section diametrale & verticale A C B soit A E B F la figure de la section hori-

horizontale du vaiſſeau faite par le centre de gravité G, & enfin E C F la ſection transverſale; & il eſt évident, que dèsque ces trois figures ſeront déterminées, la figure du vaiſſeau tout entier ne ſauroit plus varier conſiderablement: cependant pour en connoître exactement la figure on n'a qu'à ſe répréſenter quelques autres ſections verticales paralleles à la transverſale tant vers la proüe, que vers la pouppe; & plus ce nombre ſera grand, plus auſſi approchera-t-on de la veritable figure du vaiſſeau. Ces ſections d'un vaiſſeau parallèles à la transverſale, portent le nom des *Gabaris*.

CHAPITRE II.

Sur la flotaiſon du vaiſſeau, ou ſon état d'équilibre en général.

§. 8.

Conſiderons à préſent notre vaiſſeau nageant ſur l'eau & ſe trouvant en
Fig. 2. équilibre dans ſa juſte ſituation, où le point G marque le centre de gravité & la droite D G C l'axe vertical du vaiſſeau. Ici il faut d'abord remarquer une nouvelle ſection horizontale du vaiſſeau faite à fleur d'eau qui ſoit repréſentée par la ligne horizontale M H N, par laquelle le vaiſſeau eſt partagé en deux parties, l'une qui ſe trouve hors de l'eau, & l'autre M C N qui eſt enfoncée dans l'eau, qu'on nomme la partie ſubmergée & quelques fois auſſi le creux du vaiſſeau, ou la carine.

§. 9.

Digitized by Google

§. 9.

Pour juger de cet état d'équilibre, où nous ſuppoſons que le vaiſſeau ſe trouve, il faut bien conſiderer toutes les forces, qui agiſſent ſur le vaiſſeau: & d'abord ſe préſente le propre poids du vaiſſeau tout entier, par lequel le vaiſſeau eſt pouſſé verticalement en bas ſelon l'axe vertical G C tiré par le centre de gravité du vaiſſeau. Cette force doit donc être balancée par tous les efforts que l'eau exerce ſur les parois de la partie ſubmergée, & par conſequent il faudroit calculer pour chaque élement de la ſurface ſubmergée la preſſion, qu'il éprouve de l'eau; ce qui demanderoit des recherches aſſés embaraſſantes & une longue ſuite de calculs, mais la conſideration ſuivante nous conduira très facilement à ce but.

§. 10.

Comme le vaiſſeau occupe dans l'eau par ſa partie ſubmergée la cavité

lé M C N, comparons ce cas avec un autre, où la même cavité M C N ſeroit remplie d'eau, où bien d'une maſſe de glace de la même figure & grandeur, (en faiſant abſtraction de la différente gravité ſpécifique de l'eau & de la glace) & il eſt d'abord évident, que cette maſſe d'eau où de glace ſe trouvera dans un parfait équilibre avec l'eau, qui l'environne, enſuite il eſt auſſi clair, que cette maſſe ſoutient de la part de l'eau environante les mêmes efforts, que notre vaiſſeau y ſouffre, d'où l'on voit, que ces efforts de l'eau balancent le poids de la maſſe d'eau ou de glace, que nous venons de ſubſtituer à la place du vaiſſeau; donc puisque ces mêmes efforts ſoutiennent auſſi le poids du vaiſſeau tout entier, il s'en ſuit, que ce poids eſt préciſement égal au poids de la maſſe d'eau qui remplit la même cavité M C N, où bien dont le volume eſt égal au volume de la partie ſubmergée du vaiſſeau.

[Fig. 3.

§. 11.

Digitized by Google

§. 11.

Voilà donc le premier grand principe, ſur lequel eſt fondée la théorie de la flotaiſon des corps qui nagent ſur l'eau; c'eſt à dire, que la partie ſubmergée doit toujours égaler en volume une maſſe d'eau, qui auroit le meme poids, que celui du vaiſſeau: & c'eſt par ce principe, qu'on determine le véritable poids d'un vaiſſeau tout entier en méſurant le volume de ſa partie enfoncée dans l'eau, car alors en comptant 70 livres environ pour chaque pied cubique, on trouvera le poids du vaiſſeau exprimé en livres; mais dans nos recherches il ſera plus convenable d'exprimer le poids de chaque vaiſſeau par le poids d'un volume d'eau égal à la partie ſubmergée.

§. 12.

Mais ce ſeul principe ne ſuffit pas encore pour determiner l'état d'équilibre du vaiſſeau, & il y faut joindre

dre encore un autre, que nous trouverons auſſi aiſement. Nous n'avons
Fig. 3. qu'à conſiderer dans la 3me. Fig. le centre de gravité de la maſſe d'eau M C N, qui ſoit au point O, & à préſent on comprend clairement, que tous les efforts de l'eau environante ſont en équilibre avec une force égale au poids de la maſſe d'eau M C N, qui agiroit dans la direction perpendiculaire O C en bas; donc pour que notre vaiſſeau ſoit auſſi en équilibre avec les mêmes efforts il faut, que le centre de gravité du vaiſſeau G ſe trouve dans la meme verticale H C, dans laquelle eſt ſitué le point O. Pour cet effet on n'a qu'à marquer au dedans du vaiſſeau le point O, où ſeroit le centre de gravité de la partie ſubmergée, ſi elle étoit compoſée d'une matiere homogéne.

§. 13.

Nommons donc, pour éviter des longues circonlocutions, ce point O ſim-

ſimplement, le centre de la partie ſubmergée ou bien tout court le centre du creux; & maintenant l'état d'équilibre du vaiſſeau ſera determiné par ces deux principes: 1°. que la partie ſubmergée doit égaler en volume une maſſe d'eau, dont le poids ſeroit égal à celui du vaiſſeau, & 2°. que le centre de gravité G & le centre du creux O tombent dans la même ligne verticale H C, qui eſt l'axe vertical du vaiſſeau. Pour ce qui regarde ce point O il eſt évident, qu'il tombe toujours au deſſous de la ligne d'eau M N & ſi la partie ſubmergée conſervoit en déſcendant par tout la même étendue, de ſorte, qu'elle eût une figure ou prismatique ou cylindrique, alors le point O tomberoit dans le milieu de la profondeur H C; mais ſi l'étendue diminuoit uniformement en déſcendant & qu'elle ſe terminât enfin à une ligne droite tirée par C, égale & parallèle à M N, alors l'élevation du point O ou bien l'intervalle C O ſeroit deux

tiers

tiers de toute la profondeur O H, mais si la même partie submergée se terminoit dans une pointe en C comme une pyramide renversée, alors l'intervalle C O seroit trois quarts de la profondeur H C; or pour le centre de gravité G il peut arriver, qu'il tombe ou au dessus de la ligne d'eau M N, ou au dessous, selon que toute la charge sera distribuée par le corps du vaisseau. Ainsi dans les vaisseaux de guerre, où les canons constituent une grande partie du poids, puisque tous doivent être élevés au dessus de l'eau, aussi le centre de gravité G se trouvera au dessus de la surface d'eau.

CHAPITRE III.

Sur les efforts de l'eau pour arquer le vaiſſeau.

§. 14.

Quand nous avons dit que les preſſions de l'eau ſur la partie ſubmergée du vaiſſeau contrebalancent ſa peſenteur, nous ſuppoſons que les differentes parties du vaiſſeau ſont ſi étroitement liées enſemble, que les forces qui y agiſſent ne ſont pas capables de les arquer ou courber: & on comprend aiſément que ſi la liaiſon des parties n'étoit pas aſſés forte, le vaiſſeau risqueroit ou d'être briſé en pieces ou de ſouffrir un changement dans la figure.

§. 15.

Le vaiſſeau ſe trouve dans un état ſemblable à celui d'une verge A B, qui Fig. 4.

qui étant ſollicitée par les forces A *a*, C *c*, D *d*, B *b*, peut bien être ſoutenüe en equilibre, pourvû qu'elle ait aſſés de roideur: mais dès qu'elle eſt ſujette à ſe plier, on voit qu'elle ſe courberoit vers en haut, puisque ſon milieu obeïroit aux forces C *c* & D *d*, pendant que ſes extremités ſeroient actuellement tirées en bas par les forces A *a* & B *b*.

§. 16.

C'eſt dans un état ſemblable que le vaiſſeau ſe trouve ordinairement; & puisque des ſemblables efforts agiſſent continuellement tant que le vaiſſeau eſt enfoncé dans l'eau, il n'arrive que trop ſouvent qu'il en éprouve enfin le funeſte effet de s'arquer par la quille. Il eſt donc bien important de rechercher la véritable cauſe de cet accident.

§. 17.

Pour cet effet concevons le vaiſ-
Fig. 5. ſeau partagé en deux parties par une ſection

ſection transverſale faite ſelon l'axe vertical du vaiſſeau, dans lequel ſe trouve tant le centre de gravité de tout le vaiſſeau G, que le centre de la partie ſubmergée O: enſorte que l'une des ces deux parties répréſente la proüe, & l'autre la pouppe, dont nous conſidererons chacune ſeparément. Soit donc pour la proüe, *g* le centre de gravité du poids entier de cette partie & *o* le centre de la partie ſubmergée qui lui répond. De la même manière ſoit γ le centre de gravité de toute la pouppe & ω le centre de ſa partie ſubmergée.

§. 18.

Maintenant il eſt clair que la proüe ſera ſollicitée par les deux forces *g m*, & *o n*, dont celle-là la tirera en bas & celle-ci la pouſſera en haut. De la même manière la pouppe ſera tirée en bas par la force $\gamma \mu$ & pouſſée en haut par la force $\omega \nu$. Or ces quatre forces ſe maintiendront en

équilibre, auſſi bien que les forces totales réunies dans les points G & O, qui leur ſont équivalentes. Mais auſſi longtems que ni les forces d'avant, ni celles de derriere ne tombent pas dans la même direction, le vaiſſeau ſoutiendra ouvertement des efforts pour arquer la quille, en haut, ſi les deux points *o*, ω ſont plus proches du milieu que les deux autres forces *g m* & γ μ. Un effet contraire arriveroit ſi les points *o* & ω étoient plus éloignés du milieu que les points *g* & γ.

§. 19.

Or le premier des ces deux cas à ordinairement lieu presque dans tous les vaiſſeaux; puisque leur creux eſt le plus large vers le milieu & qu'il devient de plus en plus mince vers les extremités, pendant que les charges du vaiſſeau ſont à proportion beaucoup plus conſiderables vers les extremités qu'au milieu. D'où l'on voit que

que plus cette différence ſera grande, plus auſſi le vaiſſeau ſera aſſujetti à des forces qui tendent à arquer ſa quille vers en haut. C'eſt donc de là qu'on doit juger, combien de force il faut donner à cette partie du vaiſſeau pour prévenir cet effet.

§. 20.

Si les autres circonſtances permettoient, ou de charger le vaiſſeau d'avantage par le milieu, ou de donner à la partie ſubmergée plus de creux vers la proüe & la pouppe, un tel effet ne ſeroit plus à craindre. Mais la déſtination de la pluspart des vaiſſeaux s'oppoſe tout à fait à un tel arrangement; de ſorte qu'il ne reſte d'autres moyens que de renforcer la quille autant qu'il le faut pour prévenir ce funeſte effet.

CHAPITRE IV.

Sur les trois différentes eſpèces d'équilibre.

§. 21.

Après avoir établi les conditions de l'équilibre d'un corps flottant, voyons ce qui doit arriver, lorsque le vaiſſeau eſt tant ſoit peu détourné de ſon état d'équilibre. Nous ſuppoſerons d'abord extrêmement petite l'inclinaiſon, qu'on fera ſubir au vaiſſeau de ſa ſituation naturelle, pour en tirer les concluſions, qui ſont néceſſaires pour bien juger de ſon état d'equilibre; car pour ce qui regarde les grandes inclinaiſons, qui pourroient devenir dangereuſes à un vaiſſeau, cela demande des recherches tout à fait particulieres.

§. 22.

§. 22.

Dèsqu'un vaiſſeau ſe trouve tant ſoit peu incliné ou déplacé de ſon état d'équilibre, il eſt clair, que trois cas peuvent avoir lieu. 1°. Ou le vaiſſeau reſte dans cet état incliné; & dans ce cas on dit que l'équilibre eſt indifférent. 2°. Ou il ſe retablit dans ſa ſituation précedente, & ſon équilibre ſera permanent; ou bien il ſera doué d'une ſtabilité, qui peut être plus ou moins grande ſelon les circonſtances. Ou enfin 3°. le vaiſſeau après cette inclinaiſon eſt renverſé entièrement: un tel équilibre eſt ſemblable à celui d'une aiguille, qu'on aura miſe ſur ſa pointe & qui tombe auſſitôt, qu'elle aura reçue la moindre impreſſion. Un tel équilibre eſt nommé chancelant ou prêt à tomber. On voit bien, que ni ce dernier cas, ni le premier ne ſauroient être admis dans les vaiſſeaux, & par rapport au ſecond cas il faut en outre, que la ſtabilité ſoit ſuffiſante.

§. 23.

Pour entreprendre les recherches néceſſaires ſur ce ſujet; conſiderons un vaiſſeau quelconque dans ſon état d'équilibre, dont le centre de gravité ſoit en G, & O le centre de la partie ſubmergée: or la droite M N répréſente la ſection faite au niveau d'eau, de ſorte que la ligne G O ſoit verticale. Maintenant qu'on ait incliné le vaiſſeau, enſorte que la ligne *m n* ſoit devenue horizontale ou à la ſurface de l'eau, & qu'à préſent la partie ſubmergée ſoit *m*D*n*, de ſorte que le vaiſſeau vers M ſe trouve plus enfoncé de la partie M *m*, pendant que de l'autre coté vers N il eſt moins enfoncé de la partie N *n*. Concevons outre cela, que la nouvelle partie ſubmergée *n*D*m* ait la même étendue, que celle de l'état d'équilibre; vû que c'eſt la premiere condition réquiſe pour cet état.

Tab. II. Fig. 6.

§. 24.

Par ce changement le centre de gravité du vaiſſeau occupera donc encore

encore dans la figure le même point G; mais pour le centre du creux, qui vient d'être augmenté du coté M & diminué du coté N, il faut bien que ce centre ait été transporté vers le coté M. Qu'il ſe trouve donc en *o* & puisque la ligne *m n* eſt à préſent horizontale, qu'on y tire les perpendiculaires G γ, *o* ω, & d'abord il eſt clair, que ſi les deux points γ & ω ſe trouvoient réunis, les deux centres G & *o* tomberoient alors encore dans la même ligne verticale: & partant le vaiſſeau ſe trouveroit encore en équilibre: ce qui eſt le premier cas rapporté ci-deſſus d'un équilibre indifferent. De là il eſt auſſi clair, que ce cas ne ſauroit avoir lieu, que quand le point G eſt conſiderablement élevé au deſſus du point O.

§. 25.

Conſiderons en ſecond lieu le cas répréſenté dans la figure, où le point γ eſt plus près de la verticale G O, que le

point ω. Donc puisque le vaisseau est à présent solicité en bas selon la direction G γ & pousse en haut par une force égale dans la direction $o\omega$; il est clair, que la partie vers M en doit être élevée en haut, & partant cette partie deviendra moins enfoncée: ou bien le vaisseau se remettra dans son état d'équilibre précédent. C'est donc notre second cas d'un équilibre permanent, dont la stabilité sera d'autant plus grande, plus les deux points γ & ω seront éloignés entre eux: & on n'a qu'à regarder la figure, pour s'assurer, que plus le centre de gravité G est bas, plus aussi devient grande la stabilité.

§. 26.

Enfin le troisième cas d'un équilibre chancelant aura lieu, lorsque le point γ se trouve plus près de l'extremité *m* que le point ω; car alors les deux forces se réuniront à enfoncer d'avantage la partie M *m*, ensorte que

que le vaiſſeau en doit être tout à fait renverſé. Ce cas eſt donc d'autant plus à craindre, que le centre de gravité G ſe trouve plus élevé au deſſus du fond du vaiſſeau: mais on verra bientôt, qu'outre les deux centres G & O, la figure & l'étendue de la ſection du vaiſſeau faite à fleur d'eau entrent ici principalement en conſidération.

§. 27.

Dans la figure nous avons répréſenté cette inclinaiſon comme étant faite de la pouppe N vers la proüe M, ou bien autour de l'axe tranſverſal du vaiſſeau: mais il eſt évident, que la même répréſentation peut être appliquée, lorsque le vaiſſeau eſt incliné d'un coté vers l'autre, ou autour de l'axe tiré ſuivant la longueur du vaiſſeau: & de là on comprend aiſément, que pour bien juger de l'état d'équilibre d'un vaiſſeau, il faut faire les recherches tant par rapport à l'un de ces deux axes, que par rapport à l'autre. Car il pour-

pourroit bien arriver, qu'un vaiſſeau eût aſſés de ſtabilité à l'égard d'un de ces deux axes, pendant que ſon équilibre à l'égard de l'autre pourroit être indifférent ou même chancelant. Mais il eſt auſſi certain que, quand un vaiſſeau aura un ſuffiſant dégré de ſtabilité par rapport au deux axes mentionnés, il en aura auſſi un ſuffiſant par rapport à tous les autres axes intermédiaires, autour des quels le vaiſſeau pourroit recevoir quelque inclinaiſon.

CHAPITRE V.

Sur la manière de ramener la ſtabilité à une méſure déterminée.

§. 28.

De ce que nous venons de dire, on comprend déjà, comment la ſtabilité d'un vaiſſeau peut être plus grande ou plus petite, que celle d'un autre: mais pour nous en former une idée juſte & déterminée, le meilleur moyen eſt de voir, quelle force il faudroit appliquer à un vaiſſeau pour le maintenir dans l'état d'une inclinaiſon donnée. On voit bien, qu'il ne s'agit pas ici d'une force abſolüe, vû que des forces très différentes pourroient produire le même effet, étant appliquées à des points différens: & il eſt clair, qu'il faut ici ſousentendre le moment de forces pris à l'é-

l'égard de l'axe, autour duquel l'inclinaiſon s'eſt faite.

§. 29.

Or l'axe de l'inclinaiſon pour un vaiſſeau eſt toujours une ligne horizontale tirée par le centre de gravité du vaiſſeau tout entier; puisqu'on ſait de la mecanique qu'une force, dont la direction paſſe par le centre de gravité d'un corps quelconque, ne lui imprime jamais le moindre mouvement angulaire, mais qu'elle eſt uniquement employée à produire un mouvement progreſſif. Donc pour imprimer au vaiſſeau une inclinaiſon autour d'un axe horizontal tiré par ſon centre de gravité, ou pour maintenir le vaiſſeau dans un tel état d'inclinaiſon il faut, que la force, qu'on y doit employer, fourniſſe un moment par rapport à l'axe ſusdit: & l'on ſait, qu'un tel moment ſe trouve, quand on multiplie la force par ſa diſtance depuis l'axe de l'inclinaiſon. D'où l'on comprend, que plus cette diſtan-

distance sera grande, plus la force elle même pourra être petite, pendant que le même effet en est produit.

§. 30.

Pour mieux éclaircir tout ceci, soit le point G le centre de gravité du vaisseau, & que la ligne A B en représente la section faite à fleur d'eau pendant que le vaisseau se trouve en équilibre. Mais que par quelque cause, que ce soit, le vaisseau ait été incliné ensorte, que la ligne *a b* se trouve dans la surface de l'eau, & que l'inclinaison ait été faite par le petit angle A I *a* = B I *b*, que nous nommerons = *i*, de sorte que la partie submergée soit à présent la portion *a* L *b*. Maintenant que la ligne perpendiculaire H G L représente un mât fixé dans le vaisseau & qu'on lui applique au dessus du point G en H une force H K capable de maintenir le vaisseau dans cet état incliné, la quelle force nous nommerons = K: & puisque l'intervalle G H représente la Fig. 7.

di-

distance de cette force depuis le point G ou plutôt, de l'axe de l'inclinaison, le moment de cette force, que nous cherchons sera exprimé par le produit K × G H. C'est donc le moment de force, qui doit être égal aux efforts du vaisseau même, pour se rétablir dans son état d'équilibre.

§. 31.

Il est clair, que ce moment de force doit dépendre non seulement de toutes les circonstances du vaisseau & de l'axe autour duquel se fait l'inclinaison, mais aussi principalement de la grandeur de l'inclinaison même, que nous avons indiquée par l'angle A I $a = i$; & puisque nous supposons cet angle i extremement petit, il est aisé de voir, que le moment en question doit être proportionel au sinus de cet angle; vû que plus cet angle deviendra grand, plus aussi la force du vaisseau pour se rétablir en équilibre doit devenir grande; par conséquent le moment de force

force requis pour maintenir le vaisseau dans son état incliné, aura toujours une telle forme S. t. sin. i; où S marque une certaine force absolue, t une certaine ligne, & sin. i le sinus de l'angle i, en supposant le sinus total $= 1$.

§. 32.

Or quand nous parlons de la stabilité d'un vaisseau par rapport à un certain axe horizontal tiré par son centre de gravité G, on s'en forme une telle idée, qui ne dépend point de la quantité de l'inclinaison, vûque la même idée doit se rapporter aussi bien à l'état de l'équilibre même, qu'à toutes les inclinaisons possibles; donc pour fixer cette idée, nous n'avons qu'à omettre dans la formule rapportée le facteur sin. i, de sorte que le produit S.t sera employé pour exprimer ce que nous entendons sous le terme de stabilité; qui sera donc toujours le produit d'une certaine force

ou bien d'un poids S, multiplié par une certaine ligne *t*.

§. 33.

Cette formule ſera donc très propre à nous donner une idée juſte & nette de la ſtabilité des vaiſſeaux, & elle nous met en etat de comparer exactement entr'eux les dégrés de ſtabilités, qui peuvent convenir à tous les vaiſſeaux ; enſorte que nous pourrons prononcer que la ſtabilité d'un tel vaiſſeau eſt deux, ou trois, ou pluſieurs fois plus grande, ou plus petite, que celle d'un autre ; ſans avoir égard à la quantité de l'inclinaiſon même, que le vaiſſeau aura ſouffert.

§. 34.

Ayant donc fixé cette idée de la ſtabilité de quelque vaiſſeau que ce ſoit, par rapport à un axe horizontal quelconque, idée qui ſoit compriſe dans la formule S. *t* ; rien n'eſt plus facile, que de déterminer pour une

une inclinaiſon quelconque i le moment de force requis pour maintenir le vaiſſeau dans cet état incliné, ou bien celui, dont le vaiſſeau même s'efforce pour ſe rétablir en équilibre: car on n'a qu'à multiplier cette formule $S.t$ par le ſinus de l'angle i, & alors le produit $S.t.$ ſin. i exprimera ce moment qu'on cherche. Ainſi, par exemple, ſi l'inclinaiſon étoit d'un dégré, puisque le ſinus de cet angle eſt à peu près $\frac{1}{57}$ du ſinus total 1, le moment de force cherché ſera $\frac{1}{57}.S.t.$

§. 35.

Enſuite connoiſſant cette valeur de la ſtabilité $S.t$, il ſera aiſé de déterminer l'inclinaiſon, à la quelle un moment de force quelconque, rapporté au même axe, ſera capable de faire pancher le vaiſſeau. Car ſoit cette force $HK = K$, ſa diſtance à l'axe d'inclinaiſon $GH = k$, & partant le moment de cette force $= K\,k$, & il faut, qu'il ſoit $K\,k = S.t.$ ſin. i; d'où l'on Fig. 7.

tire d'abord, ſin. $i = \frac{K.k}{S.t}$; de ſorte que le moment de force propoſé K. k, diviſé par la ſtabilité, nous fournit le ſinus de l'inclinaiſon cherchée, & partant l'inclinaiſon même i.

§. 36.

Puisque nous ne conſiderons ici, que des inclinaiſons extrêmement petites, & que d'ailleurs la ſureté de la navigation exige abſolument, que les vaiſſeaux ne ſoient jamais expoſés à des inclinaiſons trop grandes; il faut, que la ſtabilité $S.t$ ſoit toujours pluſieurs fois plus grande, que les plus grands momens de forces $K.k$, aux quels les vaiſſeaux puiſſent jamais être expoſés. Voilà donc une regle de la dernière importance dans la conſtruction des vaiſſeaux, qu'il faut toujours procurer au vaiſſeau un tel dégré de ſtabilité, qui ſoit pluſieurs fois plus grand que les plus grands efforts, que le vaiſſeau ſauroit jamais ſoutenir; ainſi ſi l'on exigeoit, que l'inclinaiſon ne

ſur-

ſurpaſſa jamais dix dégrés, dont le ſinus eſt environ $\frac{1}{6}$, il faut que la ſtabilité ſoit au moins 6 fois plus grande que les dits efforts, aux quels le vaiſſeau pourra être aſſujetti.

§. 37.

Après ces explications ſur la juſte idée de la ſtabilité, il ne reſte donc qu'à rechercher pour tous les vaiſſeaux la véritable valeur de notre formule ſuppoſée S. *t*. Pour cet effet il s'agit de bien examiner toutes les circonſtances, qui peuvent contribuer à augmenter ou diminuer la ſtabilité des vaiſſeaux: ce que nous tacherons de mettre devant les yeux des lecteurs auſſi clairement, qu'il nous ſera poſſible; non obſtant que cette recherche exige ordinairement des raiſonnemens extrêmement compliqués. Ce ſera le ſujet du chapitre ſuivant.

CHAPITRE VI.

Sur la détermination de la ſtabilité des vaiſſeaux.

§. 38.

Tous les efforts avec lesquels un vaiſſeau incliné tache à ſe remettre en équilibre, proviennent uniquement de toutes les préſſions élémentaires, que la partie ſubmergée éprouve de la part des eaux, qui l'environnent: & la gravité du vaiſſeau même n'y contribue abſolument rien, puisque ſa moyenne direction paſſe par le centre de gravité même & ne fournit par conſequent aucun moment de force pour ſon rétabliſſement. Or nous avons vû, que toutes les préſſions élémentaires contrebalancent parfaitement le poids d'une maſſe d'eau, qui occuperoit le volume de la partie ſubmergée du vaiſſeau

Digitized by Google

ſeau, & partant nous n'avons, qu'à regarder la partie ſubmergée comme une maſſe d'eau, dont toutes les parties ſeroient pouſſées verticalement en haut avec autant de force, que leur gravité les porte en bas.

§. 39.

Concevons donc, qu'un vaiſſeau dont la partie ſubmergée dans l'état d'équilibre étoit la portion ALB, ſoit tellement incliné que ſa partie ſubmergée ſoit à preſent *a* L *b*, & conſiderons ce volume comme rempli d'eau. Nous n'aurons donc qu'à chercher, combien de force chaque particule de ce volume, étant pouſſée en haut avec une force égale à ſon poids, exerceroit pour rétablir le vaiſſeau: & pour cet effet nous n'aurons qu'à chercher le moment de chacune de ces forces par rapport à l'axe, autour du quel l'inclinaiſon a été faite. Cet axe eſt toujours, comme nous avons vû, une ligne horizontale tirée par le centre de gra- Fig. 7.

vité du vaiſſeau G, que nous enviſagerons ici comme perpendiculaire ſur le plan de la figure, qui nous repréſente une ſection verticale faite par le centre de gravité G.

§. 40.

Pour déterminer plus aiſément toutes ces forces élémentaires, décompoſons tout le volume ſubmergé *a*L*b* enſorte, qu'il contienne premierement la partie ſubmergée dans l'état d'équilibre A L B, en ſecond lieu le volume angulaire A I *a* qu'il faut y ajouter, & troiſièmement le volume angulaire B I *b* qu'il en faut ſouſtraire, pour avoir le volume ſubmergé *a* L *b*. Cherchons à preſent, combien de force fournit chaqu'une des ces trois portions pour faire tourner le vaiſſeau autour de l'axe mentionné; car alors nous n'aurons qu'à ajouter enſemble les forces, ou plutôt les momens de forces qui reſultent des deux premieres portions, & de rétrancher de leur ſom-

ſomme le moment de force, qui reſulte de la derniere portion.

§. 41.

Commençons donc par conſiderer la maſſe d'eau qui rempliſſoit l'éſpace A L B, dont nous ſavons déja que le centre de gravité ſe trouve au point O. De là il eſt permis de concevoir toute cette maſſe d'eau comme réunie dans le point O & pouſſée verticalement en haut avec une force égale à ſon propre poids. Or le poids de cette maſſe A L B étant égal au poids du vaiſſeau tout entier, ſi nous nommons ce poids = M, nous aurons en O appliquée une force = M, qui pouſſe le vaiſſeau verticalement en haut. Mais puisque à preſent la ligne *a b* eſt horizontale, tirons y du point O la perpendiculaire O *m*, qui ſera par conſequent notre verticale, ou la direction de notre force M. Donc pour trouver ſon moment, qu'on tire du point G ſur cette ligne O *m* prolon-

gée la perpendiculaire G v, & le moment de cette force ſera = M. G v. Or il eſt clair, que puisque la ligne OG a été verticale dans l'état d'équilibre, ou qu'elle eſt perpendiculaire ſur la ligne A B, & que la ligne O v eſt perpendiculaire ſur la ligne a b, il eſt clair, dis-je, que l'angle G O v eſt égal à l'angle de l'inclinaiſon A I a, que nous nommons i: donc la ligne G v diviſée par la diſtance O G donnera le ſinus de l'angle i; ou bien on aura G v = O G. ſin. i; par conſequent le moment de cette force ſera = M. O G. ſin. i.

§. 42.

Voilà donc déja le moment de force, qui réſulte de la portion d'eau A L B, que nous venons de trouver = M. O G. ſin. i; où M marque le poids du vaiſſeau tout entier & la ligne O G l'elévation du centre de gravité G au deſſûs du centre du creux O dans l'état d'équilibre. Mais com-

comme cette force pouſſe en haut ſelon la direction O *v*, il eſt évident qu'elle tend à augmenter l'inclinaiſon, ou à plonger d'avantage la partie A L; enſorte que cette force eſt contraire au rétabliſſement du vaiſſeau en équilibre. Donc ſi les deux autres portions d'eau A l *a* & B l *b*, que nous avons encore à conſiderer, ne fourniſſoient pas un moment de force en ſens contraire & plus grand que celui-ci, le vaiſſeau n'auroit aucune ſtabilite, & la moindre inclinaiſon le renverſeroit tout à fait. Tout cela ſe doit entendre, lorsque le point G ſe trouve plus élevé que le point O, comme il l'eſt repreſenté dans la figure: car ſi le point G tomboit au deſſous du point O, alors le moment de cette force tenderoit en ſens contraire, pour rétablir le vaiſſeau dans ſon équilibre. Mais ce cas ne ſauroit presque jamais avoir lieu dans les vaiſſeaux.

§. 43.

Digitized by Google

§. 43.

Développons à preſent la portion d'eau, qui ſe trouve dans l'eſpace angulaire A I *a* ; & puiſqu'il faut avoir égard à toutes les particules d'eau, qui ſe trouvent dans cet eſpace, concevons dans la ſection d'eau A B, qui répond à l'état d'équilibre, une particule quelconque P P extrêmement ou quaſi infiniment petite, & conſtituons là deſſus la petite colonne P P *p p* terminée dans la preſente ſection d'eau *a b*, & qui y ſoit perpendiculaire. Or puiſque nous ſuppoſons ici l'inclinaiſon *i* auſſi comme infiniment petite, cette colonne poura auſſi être regardée comme perpendiculaire ſur la ligne A B: delà la hauteur de cette colonne P *p* ſera = I P. ſin. *i*, & ſa ſolidité = P P. I P. ſin. *i*; qui repreſente donc le volume d'eau contenue dans cette colonne, dont nous devons ici conſiderer le poids. Pour cet effet poſons le volume de la partie ſubmergée du vaiſſeau requiſe pour l'é-

l'équilibre A L B = V; & puisque le poids d'un tel volume d'eau égale precisément le poids du vaisseau M, nous n'avons qu'à faire cette proportion: Comme le volume V est au poids M, ainsi le volume de la colonne P P *p p* à son poids, qui sera par conséquent = $\frac{M}{V}$. P P. I P. sin. *i*. Or au lieu de cette expression nous mettrons, pour abréger la lettre T de sorte que

T = $\frac{M}{V}$. P P. I P. sin. *i*.

§. 44.

Ayant maintenant trouvé le poids de cette petite colonne d'eau P P *p p*, qui est = T, la force qui en résulte est dirigée en haut & perpendiculaire à la ligne I *a*. Pour en trouver le moment, abaissons du point G sur la ligne *a b* la perpendiculaire G *g* & il est clair, que ce moment se trouvera en multipliant la force T par la distance *p g*, de sorte que le moment en question sera = T. *p g*: ou bien

bien, puisque $pg = Ip + Ig$ & que la ligne Ip eſt presque égale à la ligne IP, à cauſe de l'angle i infiniment petit, ce moment de force ſera repreſenté par ces deux parties $T.IP + T.Ig$; & cette force tend ouvertement à diminuer l'inclinaiſon & à rétablir l'équilibre. Ayant donc fait la même determination pour toutes le particules P P, qu'on peut concevoir dans la ſection d'eau depuis I jusqu'en A, la ſomme de toutes ces formules jointes enſemble donnera le moment de force, qui reſulte de la portion d'eau, contenue dans l'eſpace angulaire A I *a*. Ces ſommes pourront donc être repreſentées ſelon l'uſage reçu dans l'analyſe, de cette façon $\int T.IP + \int T.Ig$; ce qui eſt le moment total de forces, pour rétablir le vaiſſeau en équilibre, qui reſulte de la portion d'eau A I *a*.

§. 45.

Conſiderons de la même maniere l'eſpace B I *b*, comme rempli d'eau; &

& prennant ſur la ſection I B un élément quelconque QQ, ſoit QQ*q q* la petite colonne qui lui répond, & qu'on peut regarder comme perpendiculaire tant à A I B qu'à *a* I *b*; & la ſolidité de cette colonne ſe trouvera comme auparavant = QQ. I Q. ſin. *i*: d'où ſon poids ſera =

$$\frac{M}{V}.\,QQ.\,I\,Q.\,\text{ſin.}\,i = U,$$

en mettant la lettre U pour marquer ce poids. C'eſt donc à ce poids, que la force de cette colonne ſera égale, & puiſqu'elle agit verticalement en haut, ſon moment par rapport à l'axe de l'inclinaiſon ſera = U. *q g*: ou puiſque *q g* = I *q* − I *g*, & outre cela I *q* = I Q, ce moment deviendra égal à U. I Q − U. I *g*, d'où la ſomme de toutes ces forces jointes enſembles ſera exprimée ainſi ∫U. I Q − ∫U. I *g*; & comme cette force eſt appliquée de l'autre coté du point G, ſon effet tendra à augmenter l'inclinaiſon: mais puiſque cette portion B I *b* doit être

retran-

retranchée des deux portions precedentes, ſon effet doit être pris négativement; & partant le vaiſſeau éprouvera de la part de cette portion un moment de force, pour le rétablir en équilibre, de la même grandeur que nous venons de trouver.

§. 46.

Joignons à preſent enſemble les momens de forces qui reſultent des deux eſpaces angulaires A1*a* & B1*b*, & nous obtiendrons cette expreſſion

$$\int T.1P + \int T.1g + \int U.1Q - \int U.1g,$$

qui eſt compoſée de quatre membres, dont nous examinerons d'abord le ſecond & le quatrieme, puiſque l'une & l'autre renferme le même intervalle 1*g*, qui demeure toujours le même, pendant que les points P & Q parcourent les eſpaces 1A & 1B, & partant ces deux membres peuvent être repreſentés enſorte $1g.\int T - 1g.\int U$. Mais puiſque T deſigne le poids de

la

la colonne P P *p p*, la formule $\int T$ exprimera le poids de la maſſe d'eau contenue dans l'eſpace A l *a*. De la même maniere $\int U$ exprimera le poids de l'eau contenue dans l'eſpace B l *b*; par conſequent, puisque la partie ſubmergée *a* L *b* dans l'état incliné, eſt égale à celle qui répond à l'équilibre A L B, les deux ſusdites portions $\int T$ & $\int U$ ſeront égales entr'elles, de ſorte que le ſecond & le quatrieme membre ſe détruiſent mutuellement: & partant le moment de force qui reſulte de ces deux eſpaces angulaires A l *a* & B l *b* ſe reduit à cette expreſſion $\int T.$ l P $+ \int U.$ l Q; d'où l'on doit ſouſtraire celui, qu'a fournie la premiere portion qui étoit M.O G ſin. *i*, pour avoir le moment de force totale, qui tend à rétablir l'équilibre.

§. 47.

Remettons à preſent à la place des lettres T & U leurs valeurs, qui ſont:

$T = \frac{M}{V}$. P P. I P. ſin. i &

$U = \frac{M}{V}$. Q Q. I Q. ſin. i.

Et puiſque les quantités $\frac{M}{V}$ & ſin. i demeurent les mêmes, pendant qu'on fait parcourir au points P & Q les eſpaces I A & I B; ces deux formules peuvent être repreſentées enſorte

$\frac{M}{V}$. ſin. i. $\int$ P P. I $P^2 + \frac{M}{V}$. ſin. i. $\int$ Q Q. I Q^2

& partant le moment entier pour rétablir le vaiſſeau ſera

$\frac{M}{V}$. ſin. i. ($\int$ PP. I $P^2 + \int$ QQ. I Q^2) - M. OG. ſin. i

qui eſt donc la valeur de la formule St ſin. i, que nous avons ſuppoſée dans le Chapitre precédent. Nous n'avons donc qu'à diviſer l'expreſſion trouvée par ſin. i, pour avoir la ſtabilité du vaiſſeau par rapport à l'axe propoſé: cette ſtabilité ſera par conſequent égale à cette expreſſion

$\frac{M}{V}$. ($\int$ PP. I $P^2 + \int$ QQ. I Q^2) - M. OG.

Où le premier membre dépend principalement de la ſection d'eau A B & de

de ſa figure; que nous développerons plus ſoigneuſement dans le Chapitre ſuivant: où nous traiterons de la nature de cette formule

$$\int P\,P.\,I\,P^2 + \int Q\,Q.\,I\,Q^2$$

ſous le titre du moment de la ſection d'eau.

Digitized by Google

CHAPITRE VII.

Sur le moment de la ſection d'eau d'un vaiſſeau.

§. 48.

De la maniere que nous venons de
Fig. 7. traiter ce ſujet, nous avons conſideré les deux ſections d'eau A B & *a b*, qui conviennent à l'équilibre & à l'état incliné du vaiſſeau comme des ſimples lignes, & leur interſection I comme un point; ce que nous avions fait, pour ne pas trop embroüiller la figure & fatiguer l'imagination. Or comme ces deux ſections ſont en effet des ſurfaces planes, leur interſection ſera une ligne droite horizontale & parallele à l'axe, autour du quel ſe fait l'inclinaiſon; on doit donc concevoir cette ligne comme perpendiculaire au plan de la figure & paſſant par le point I, & maintenant

tenant il eſt clair que les formules $\int P\,P.\,1\,P^2$ & $\int Q\,Q.\,1\,Q^2$ expriment les ſommes de tous les élemens, qui rempliſſent la ſection d'eau A B, chacun multiplié par le quarré de ſa diſtance à la dite interſection.

§. 49.

Enſuite puisque nous ſuppoſons les deux eſpaces angulaires A I *a* & B I *b* comme égaux entr'eux, il eſt aiſé d'en conclure, que la commune interſection doit paſſer par le centre de gravité de la ſection du vaiſſeau faite à fleur d'eau, que nous nommons ſimplement la ſection d'eau. Que cette ſection d'eau ſoit donc repreſentée par la figure A G B D, dont la ligne A B ſoit le diametre, paſſant de la proüe A jusqu'à la pouppe B. C'eſt donc dans cette ligne, que ſe trouvera le centre de gravité de cette ſurface plane, qui ſoit dans le point I; maintenant qu'on tire par ce point la droite M N parallele à l'axe, au- Fig. 8.

tour du quel ſe fait l'inclinaiſon, & pour trouver le moment de la ſection d'eau par rapport à cet axe, on n'a qu'à conſiderer une particule ou un élément quelconque Z, & le multiplier par le quarré de ſa diſtance à l'axe M N, ou bien par $Z X^2$; & la ſomme de tous ces produits, priſe par toute la figure A C B D de part & d'autre de l'axe M N, nous donnera le moment cherché, que nous avons exprimé auparavant par la ſomme des ces deux formules $\int P P . I P^2 + \int Q Q . I Q^2$. Nous le pourrons donc à preſent repreſenter plus ſuccinctement par la formule $\int Z . Z X^2$; de ſorte que la ſtabilité du vaiſſeau par rapport à l'axe propoſé ſera $= \frac{M}{V} . \int Z . Z X^2 - M . O G$, où M marque le poids du vaiſſeau tout entier, V le volume de ſa partie ſubmergée, & O G l'elevation du centre de gravité G, au deſſus du centre du creux O.

§. 50.

Digitized by Google

§. 50.

On voit bien que le vaiſſeau pourra être tellement incliné, que la ligne M N demeure immobile, pendant que la portion M A N ſe plonge dans l'eau & que l'autre s'eleve au deſſus, & puisque cette ligne M N paſſe toujours par le centre de gravité I de la ſection d'eau, ce point ſera preciſément le point d'appui, que Mr. *de la Croix* avoit cherché autrefois avec tant de ſoin : & cela n'eſt pas contraire à la maniere dont nous enviſageons la choſe, quand nous rapportons toutes les inclinaiſons à des axes horizontaux, qui paſſent par le centre de gravité G. Car nous n'avons pas ajouté que le centre de gravité G demeure immobile pendant l'inclinaiſon. Or c'eſt une choſe reconnue dans la Mechanique, qu'une inclinaiſon autour d'un axe quelconque ſe peut toujours reduire à une égale inclinaiſon faite autour du centre de gravité, pourvû qu'on donne à ce centre un mouve-

ment convenable: mais quand il s'agit des forces capables de produire une telle inclinaiſon, il les faut toujours rapporter à l'axe tiré par le centre de gravité & jamais à la ligne M N, quoiqu' elle demeure fixe pendant que le vaiſſeau s'incline.

§. 51.

Il paroîtra d'abord, que cette recherche eſt aſſujettie à des difficultés presque inſurmontables, puisque d'un coté il faut aſſembler dans une ſomme tous les produits mentionés, $Z.ZX^2$ par toute l'étendue de la ſection d'eau A C B D, & que d'un autre coté il faut réiterer cette operation pour chaque axe ſeparément; mais nous trouverons moyen de lever toutes ces difficultés aſſés commodement. Car pour ce qui regarde la derniere, elle tombe d'abord, dès que nous reflechiſſons, qu'il ſuffit de chercher ſeulement deux moments de notre ſection d'eau, l'une par rapport à ſon grand axe A B & l'au-

l'autre par rapport à ſon petit axe C D; parce qu'ayant trouvé ces deux momens on eſt en état d'en tirer le moment par rapport à chaque axe intermediaire & oblique M N, & cette détermination eſt fondée ſur les principes de la Géometrie Elémentaire; comme on le verra dans l'Article ſuivant, aprés avoir remarqué que le grand axe A B eſt toujours dirigé de la proüe vers la pouppe, & que le petit axe C D y eſt perpendiculaire: attendû que la deſtination des tous les vaiſſeaux demande que leur longueur A B ſurpaſſe conſiderablement leur largeur C D.

§. 52.

Suppoſons donc qu'on ait déja trouvé les deux momens de la ſection d'eau par rapport à ces deux axes principaux A B & C D, dont le premier ſoit indiqué par ce ſigne [A B], & l'autre par celui [C D]: alors pour trouver le moment par rapport à un

autre axe quelconque M N, que nous marquerons pareillement par ce ſigne [M N], qu'on poſe la declinaiſon de cet axe du premier A B, ou bien l'angle A I M $= \theta$; & on aura toujours cette détermination

$[MN] = [AB].\text{cof.}\,\theta^2 + [CD].\text{ſin.}\,\theta^2$;

où cof. θ^2 exprime le quarré du cofinus de l'angle θ, & ſin. θ^2 le quarré du ſinus du même angle θ: d'où l'on voit que dans le cas où l'angle $\theta = 0$, auquel l'axe M N tombe ſur A B, à cauſe de ſin. $\theta = 0$ & cof. $\theta = 1$, on aura $[MN] = [AB]$: & au cas $\theta = 90°$, où l'axe M N tombera ſur C D, à cauſe de cof. $\theta = 0$ & ſin. $\theta = 1$, il ſera $[MN] = [CD]$, comme la nature de la choſe l'exige. Au reſte nous ne nous arreterons point ici à démontrer cette verité, puisqu'elle dépend de la pure Géometrie & qu'on trouvera aiſément cette démonſtration par une legère attention. En faiſant donc uſage de ce ſigne, la ſtabilité du vaiſſeau par rapport à l'axe M N ſera $= \frac{M}{V}.[MN] - M.OG.$

§. 53.

§. 53.

Tout revient donc à trouver les momens d'une ſection d'eau propoſée par rapport à ces deux axes principaux A B & C D, ou bien les valeurs des formules [A B] & [C D]. Or comme cela demanderoit une exacte connoiſſance de toute la figure de la ſection, qu'on ne ſauroit presque jamais eſperer, nous nous bornerons à appliquer cette recherche à deux figures principales, entre les quelles la véritable figure de toutes les ſections d'eau ſe trouve toujours renfermée. Car ſoit la premiere un parallelogramme rectangle *a a b b* repreſenté dans la Fig. 9me, & l'autre un rhombe A C B D repreſenté dans la 10me. figure; dont l'une eſt l'autre aye les mêmes axes principaux A B & C D qu'une ſection d'eau propoſée: & il eſt clair que la vraïe ſection d'eau ſera toujours moindre que la premiere de ces deux figures & toujours plus grande que l'autre figure: de ſorte que quand nous aurons Tab. III. Fig. 9 & 10.

rons déterminé les momens des ces deux figures, celui de la ſection véritable tiendra toujours un certain milieu entre ces deux limites, plus proche de l'une ou de l'autre ſelon la figure du vaiſſeau; & dans chaque cas il ne ſera pas fort difficile de découvrir à peu près le juſte milieu, ce qui eſt ſans doute ſuffiſant pour la pratique.

§. 54.

Fig. 9. Soit donc en premier lieu le parallelogramme rectangle $a\,a\,b\,b$, la ſection d'eau que nous avons à conſiderer, dont le grand axe ſoit A B & le petit C D, qui s'entrecoupent en I, centre de gravité de cette figure. Cela poſé, aprés avoir calculé les ſommes de tous les produits élémentaires rapportés ci-deſſus, on trouve le moment de cette figure par rapport à ſon grand axe A B, ou bien la valeur de $[A\,B] = \frac{1}{12}.\,A\,B.\,C\,D^3$. Or par rapport au petit axe C D le moment de

de cette figure ſe trouve $[CD] = \frac{1}{12} AB^3 . CD$. D'où il eſt évident, que le dernier des ces deux momens eſt beaucoup plus grand que le premier, & cela d'autant plus que le grand axe ſurpaſſe le petit. Ainſi par exemple, ſi le grand axe A B étoit quatre fois plus grand que le petit, ou $AB = 4.CD$; le premier moment ſeroit au ſecond comme 1: 16: & en general ces deux momens tiennent la raiſon quarrée inverſe des axes aux quelles ils ſe rapportent, c'eſt à dire on aura toujours cette proportion

$$[AB] : [CD] = CD^2 : AB^2.$$

§. 55.

Soit à preſent la ſection d'eau le rhombe ou losange ACBD, dont les deux axes A B & C D ſe couperont auſſi dans le centre de gravité de la figure I; & aprés avoir fait les calculs néceſſaires, on trouve le moment par rapport au grand axe A B, ou bien la valeur de $[AB] = \frac{1}{48} AB . CD^3$; & le moment par Fig. 10.

par rapport au petit axe [CD] $= \frac{1}{48} AB^3 . CD$; de ſorte que ces deux valeurs ne diffèrent des celles du cas précedent que par le coëfficient numerique, qui dans le premier cas étoit $\frac{1}{12}$, & dans celui-ci $\frac{1}{48}$, ou bien quatre fois plus petit, ce qui eſt bon de remarquer, puisque l'aire de cette figure eſt preciſement la moitié de la précedente. D'où il paroît déja très probable, que les coëfficiens numeriques pour d'autres figures quelconques ſuivent la raiſon quarrée de leurs aires, pendant que les expreſſions mêmes $AB . CD^3$ & $AB^3 . CD$, entreront également dans les momens de toutes les figures.

§. 56.

Pour examiner cette regle, donnons à la ſection d'eau la figure d'une ellipſe, repreſentée dans la 8me figure, dont le grand axe eſt pareillement AB & le petit CD; & aprés avoir fait les calculs ſelon les regles de l'analyſe, où la quadrature du cercle ſe trouvant entré dans la détermination, poſons

Tab. II. Fig. 8.

ſons pour un cercle où le diametre $=1$, la circonference $=\pi=3,14159265$; & alors on aura le moment de cette ellipſe par rapport à ſon grand axe AB, ou bien $[AB]=\frac{\pi}{64}.AB.CD^3$, & l'autre moment par rapport au petit axe $[CD]=\frac{\pi}{64}.AB^3.CD$: de ſorte que le coëfficient numerique eſt ici $\frac{\pi}{64}$, au lieu que pour le cas du rectangle il eſt $\frac{1}{15}$, de ſorte que ces deux coëfficiens ſont comme $\frac{\pi}{64}:\frac{1}{15}$, ou comme $\pi:\frac{16}{3}$. Or l'aire de cette ellipſe étant $=\frac{\pi}{4}.AB.CD$, elle eſt à l'aire du rectangle, comme $\pi:4$, & partant les quarrés comme $\pi\pi:16$. Il faut bien avoüer que ces deux proportions ne ſont pas parfaitement égales; mais la difference eſt ſi petite, que pour la pratique on peut hardiment ſe ſervir de la regle rapportée au paragraphe précedent; vû que la nature de la choſe même n'eſt pas ſuſceptible d'une parfaite preciſion.

§. 57.

Faiſons dont uſage de cette regle, & quelque figure que puiſſe avoir la ſe-

section d'eau d'un vaisseau, qu'on en cherche l'aire, pour la comparer avec l'aire du rectangle $aabb$ formé par les mêmes axes principaux de la figure proposée, & qu'on pose $\frac{\text{voire}}{AB.CD} = \alpha$; de sorte qu'on peut dans chaque cas regarder cette fraction α comme connüe, & alors le moment de cette section d'eau, par rapport à son grand axe AB sera $[AB] = \frac{\alpha\alpha}{12}.AB.CD^3$, & de la même maniere le moment par rapport à son petit axe $[CD] = \frac{\alpha\alpha}{12}.AB.CD^3$. Voilà donc les grandes difficultés, qui se sont présentées au premier coup d'oeuil, heureusement surmontées, & cela d'une maniere si aisée, qu'on s'en peut servir dans la pratique presque sans aucune peine. De là on est en état, de donner le moment pour tout autre axe MN de la section d'eau proposée; car posant l'angle AIM, comme ci-dessus $= \theta$, on aura d'abord le moment cherché $[MN] = \frac{\alpha\alpha}{12}.AB.CD.(CD^2.\text{cos.}\theta^2 + AB^2.\text{sin.}\theta^2)$.

Tab. III. Fig. 9.

Tab. II. Fig. 8.

CHA-

CHAPITRE VIII.

Conſiderations des autres Elémens, qui entrent dans la détermination de la ſtabilité.

§. 58.

Aprés avoir applani toutes les difficultés ſur les momens de la ſection d'eau, qui renferment le principal élément de la ſtabilité des vaiſſeaux, conſiderons auſſi tous les autres élémens qui concourent à établir la juſte valeur de la ſtabilité des vaiſſeaux; afin qu'on ſoit en état de juger, de combien toutes les circonſtances d'un vaiſſeau ſont capables, ou d'augmenter ou de diminuer la ſtabilité. Pour cet effet mettons devant les yeux notre formule, qui donne la valeur de la ſtabilité par rapport à un axe quelconque MN, & qui eſt $\frac{M}{V}$. [MN]−M.OG.

§. 59.

On voit d'abord, que le poids du vaiſſeau M eſt un facteur de cette expreſſion ; de ſorte que tant que les autres élémens demeurent les mêmes, la ſtabilité eſt toujours proportionelle au poids du vaiſſeau, enſorte qu'un vaiſſeau conſtruit ſur des dimenſions deux fois plus grandes, puisque alors ſon poids ſera huit fois plus grand, la ſtabilité ſera auſſi autant de fois augmentée. Cela eſt auſſi abſolument néceſſaire, puisque les grands vaiſſeaux ſont expoſés à des bien plus grands éfforts qui y agiſſent; & comme ces éfforts ſuivent la raiſon des ſurfaces des vaiſſeaux, ou bien la raiſon quarrée de leurs dimenſions ſimples, & que leurs diſtances à l'axe de l'inclinaiſon ſont en raiſon de ces mêmes dimenſions, il eſt clair que les momens de ces éfforts ſeront proportionels au cube de ces dimenſions, ou bien au poids du vaiſſeau tout entier M, en faiſant abſtraction

de

de l'inégalité ou diſſemblance dans leurs figures & arrimages.

§. 60.

Paſſons au volume de la partie ſubmergée marquée par la lettre V, qui pourroit bien être regardée comme équivalente au poids du vaiſſeau M, puiſqu'une maſſe d'eau, dont le volume eſt = V, auroit le même poids M; mais ce volume V n'entre ici en conſideration, qu'entant qu'il eſt une étendue géometrique de trois dimenſions. Pour cet effet ſoit A C B D la ſection d'eau d'un vaiſſeau, dont les deux axes ſoient comme jusqu' içi A B & C D, qui ſe coupent au centre de gravité I de cette même ſection: enſuite ſoit A E B la ſection verticale & diametrale du vaiſſeau dépuis la ſection d'eau jusqu'à la quille, de ſorte que cette figure nous repreſente la carine du vaiſſeau, dont nous conſiderons le volume = V; mais marquons y encore le centre de gravité de ce Fig. 11.

volume en O, & le centre de gravité du vaiſſeau même G, pour avoir l'intervalle O G, qui entre auſſi dans la ſtabilité, puisqu'il peut bien arriver, que cette ligne G O ne paſſe pas par le point I. Nous aurons donc maintenant la profondeur de la carine ou le *tirant d'eau*, repreſenté par la droite verticale I E, de la quelle dépend principalement le volume V, qu'on peut toujours enviſager comme un produit de la ſection d'eau même par une certaine partie de la profondeur I E.

§. 61.

Pour l'aire de la ſection d'eau nous avons déja remarqué, qu'elle eſt toujours moindre que le rectangle de ſes deux axes A B, C D & plus grand qu'un rhombe dont les diagonales ſont A B & C D; poſons donc comme auparavant cette aire $= \alpha$. A B. C D, où α eſt une fraction moindre que 1 & plus grande que $\frac{1}{2}$. Maintenant il eſt clair, que ſi la carine conſervoit jusqu'à la quille la même amplitude, ou que ſes ſections transverſales fuſſent

des

des rectangles, la solidité seroit

$V = \alpha . AB . CD . IE ;$

mais si toutes les sections transversales étoient des triangles terminés par leurs pointes dans la quille, alors l'aire A C B D ne devroit être multipliée que par la moitié de la profondeur I E, de sorte qu'on auroit

$V = \frac{1}{2} . \alpha . AB . CD . IE .$

Remarquons encore, que si toute la carine n'étoit qu'une pyramide renversée & terminée au point E, on devroit multiplier l'aire A C B D seulement par le tiers de la profondeur I E; mais ce dernier cas étant entiérement exclû de la pratique, on peut considerer toutes les carines comme renfermées entre les deux cas précedens, de sorte qu'il faille toujours multiplier la section d'eau par une telle partie de la profondeur $\beta . IE$, où β marque aussi une fraction renfermée entre les limites 1 & $\frac{1}{2}$, dont il ne sera pas fort difficile d'estimer dans chaque cas à peu près la juste valeur.

De là nous aurons le volume de la carine $V = \alpha\,\beta$. A B. C D. I E, de sorte que cette expression est toujours une certaine partie du solide formé par les trois dimensions A B, C D & I E. Or le coëfficient $\alpha\,\beta$ sera toujours moindre que 1, & plus grand que $\frac{1}{4}$, puisque l'une & l'autre des ces deux lettres α & β est contenûe entre les limites 1 & $\frac{1}{2}$.

§. 62.

Il ne nous reste donc à considerer que l'intervalle O G, qui contient deux parties O F & F G, dont celle là O F est déterminée uniquement par la figure de la carine, pendant que l'autre F G dépend de la charge du vaisseau tout entier; & selon les différentes destinations il peut arriver, que le centre de gravité G se trouve plus ou moins élévé au dessus de la section d'eau, ou qu'il tombe même au dessous, au quel cas l'intervalle F G deviendroit négatif. Or pour l'intervalle

O F

O F voyons, quel rapport il tiendra à l'égard de la profondeur I E dans les trois cas rapportés cy-deſſus. Dans le premier, où nous avions $\beta = 1$ & où la carine avoit par tout la même largeur, il eſt clair, qu'on y auroit O F $= \frac{1}{2}$. I E; dans le ſecond cas où $\beta = \frac{1}{3}$ & toutes les ſections transverſales des triangles, on auroit O F $= \frac{1}{3}$. I E; & enfin dans le troiſième cas où $\beta = \frac{1}{4}$, on auroit O F $= \frac{1}{4}$. I E. D'où nous concluons, que ſi l'on avoit $\beta = \frac{1}{n}$, on auroit O F $= \frac{1}{n+1}$. I E; & partant ayant déja trouvé la juſte valeur de β, nous pouvons toujours ſuppoſer l'intervalle O F $= \frac{\beta}{\beta+1}$. I E; de ſorte que notre dernier élément devient

$$O G = \frac{\beta}{\beta+1}. I E. + G F.$$

§. 63.

Ayant développé tous ces élémens, dont la formule pour la ſtabilité eſt compoſée, on voit 1°, que la quantité [M N] renferme quatre dimenſions

ou qu'elle eſt un produit de quatre lignes multipliées enſemble, & 2°. que le volume V eſt une quantité de trois dimenſions: d'où il eſt clair, que la formule $\frac{[MN]}{V}$ exprime une certaine ligne droite, qui étant poſée $= l$, la ſtabilité ſera $= M.(l - OG)$. D'où l'on comprend, que cette longueur l doit toujours être plus grande que l'intervalle OG, & comme elle dépend de l'axe MN, autour duquel ſe fait l'inclinaiſon, elle deviendra la plus petite, lorsque l'axe MN convient avec le grand axe AB. Il faut par conſequent abſolument, que cette plus petite valeur de la lettre l ſoit encore plus grande, que l'intervalle OG; il ſuffit donc, que la ſtabilité des vaiſſeaux par rapport au grand axe AB ſoit aſſés grande pour reſiſter à tous les éfforts, & on ſera certain, que pour tous les autres axes la ſtabilité ſera plus que ſuffiſante.

§. 64.

§. 64.

Si les vaiſſeaux étoient à tous égards parfaitement ſemblables entr'eux, de ſorte que leurs poids tiendroient la raiſon cubique des leurs dimenſions ſimples, & que la différence $l - OG$ ſuivit la raiſon même des ces dimenſions, leur ſtabilité tiendroit la raiſon quarré-quarrée des dimenſions ſimples. Donc puisque les éfforts, aux quels les vaiſſeaux ſont expoſés, ſuivent la raiſon cubique des leurs dimenſions, les grands vaiſſeaux auroient à proportion plus de ſtabilité que les petits, & partant étant agités par des éfforts ſemblables, ils en recevroient une moindre inclinaiſon que les petits: d'où il ſemble, que pour les grands vaiſſeaux on pourroit bien diminuer leur ſtabilité & la rendre proportionelle au cube des leurs dimenſions. Mais il faut auſſi remarquer, que des inclinaiſons égales pourroient bien devenir funeſtes aux grands vaiſſeaux, pendant que

les petits n'y risqueroient rien; d'où l'on doit conclure, qu'il eſt très bon d'admettre dans les grands vaiſſeaux à proportion une plus grande ſtabilité que dans les petits: mais nous examinerons tout ceci plus en détail dans le chapitre ſuivant.

Digitized by Google

CHAPITRE IX.

Sur les moyens de procurer aux vaiſſeaux un ſuffiſant dégré de ſtabilité.

---

§. 65.

Ayant déja remarqué, que le moment d'une ſection d'eau par rapport à ſon grand axe A B eſt le plus petit, & celui par rapport au petit axe CD le plus grand, & que même celui-là eſt à celui-ci comme CD^3 à AB^2: il eſt évident que la ſtabilité d'un vaiſſeau par rapport à ſon grand axe A B eſt auſſi la plus petite, & par rapport au petit axe la plus grande, & cela encore dans une plus grande raiſon que celle des quarrés CD^3 à AB^2. Car puisque la ſtabilité par rapport à l'axe A B a été trou-

trouvé $= M\left(\frac{[AB]}{V} - OG\right)$, & celle par rapport à l'axe $CD = M\left(\frac{[CD]}{V} - OG\right)$; il eſt clair que ces deux expreſſions tiennent entr'elles un plus grand rapport que leurs premieres parties $\frac{[AB]}{V}$ & $\frac{[CD]}{V}$, puiſque de chacune la même quantité OG eſt rétranchée. Or il eſt auſſi néceſſaire que la derniere ſtabilité ſoit plus grande que la premiere, puiſque les mêmes éfforts ou chocs, quand ils frappent ſur la proüe ou la pouppe, produiſent un plus grand moment, que s'ils frappoient contre les cotés du vaiſſeau. Mais leur rapport eſt tout au plus en raiſon de AB à CD; donc puiſque les ſtabilités mêmes ſuivent une beaucoup plus grande raiſon, il eſt clair, que dès qu'un vaiſſeau a aſſés de ſtabilité par rapport à ſon grand axe AB, il en aura à plus forte raiſon aſſés par rapport à ſon petit axe CD: & partant nous ne conſidererons dans ce chapitre que la ſtabilité par rapport au grand axe AB, &

& nous examinerons par quels moyens cette ſtabilité pourra être augmentée & portée au dégré, que la ſureté du vaiſſeau exige.

§. 66.

Or le moment de la ſection d'eau par rapport à ſon grand axe A B vient d'être trouvé $[AB] = \frac{\alpha\alpha}{12} . AB . CD^3$, où α marque la fraction, qu'on trouve en diviſant l'aire de la ſection d'eau A B C D par le rectangle A B. C D, & où il faut ſe ſouvenir que α eſt toujours compris entre les limites 1 & $\frac{1}{2}$. Enſuite on peut toujours concevoir le volume ſubmergé V comme le produit de l'aire de la ſection d'eau qui vient d'être marqué par α AB.CD multipliée par une certaine partie de la profondeur I E, & nous avons poſé cette partie $= \varepsilon . IE$; où l'on doit remarquer la même circonſtance que ε eſt toujours une fraction renfermée entre 1 & $\frac{1}{2}$, puisque la premiere auroit lieu ſi toutes les ſections transver-

verſales étoient des rectangles, & la ſeconde ſi elles étoient des triangles terminés par leurs pointes à la quille. Il eſt bien vrai que dans ces limites nous n'avons pas tenû compte de l'obliquité, dont la carine monte vers la proüe & la pouppe, d'où réſulte ſans doute quelque diminution, cependant il ne ſemble pas que la valeur de $\mathfrak{C}$ puiſſe jamais diminuer au de là de $\frac{1}{2}$: en tout cas nous laiſſerons cette lettre $\mathfrak{C}$ indéterminée, de là nous aurons le volume $V = \alpha \mathfrak{C}.AB.CD.IE$, d'où nous tirons la valeur du premier membre de la ſtabilité $\frac{[AB]}{V} = \frac{\alpha}{1+\beta}.\frac{CD^2}{IE}$; de ſorte que la longueur AB eſt ſortie du calcul, mais elle entre de rechèf dans le poids M.

§. 67.

Enſuite pour l'intervalle $OG = OF + FG$ nous avons montré que la partie OF peut toujours être eſtimée $= \frac{\beta}{1+\beta}.IE$. Par conſéquent notre

tre expreſſion pour la ſtabilité par rapport au grand axe A B prendra cette forme

$$M\left(\frac{\alpha}{12\beta}\cdot\frac{CD^2}{IE}-\frac{\beta}{1+\beta}\cdot IE-FG\right).$$

D'où nous tirons d'abord cette condition abſolument néceſſaire, que la formule $\frac{\alpha}{12\beta}\cdot\frac{CD^2}{IE}$ doit toujours être plus grande que la quantité $\frac{\beta}{1+\beta}\cdot IE+FG$: car ſi ces deux quantités étoient égales, l'équilibre du vaiſſeau ſeroit indifférent; & ſi la premiere étoit même plus petite que la ſeconde, l'équilibre ſeroit chancellant, & le vaiſſeau ſeroit renverſé par les moindres ſecouſſes. Pour rendre cette condition plus intelligible, multiplions de part & d'autre par $\frac{12\beta}{\alpha}\cdot IE$, pour obtenir cette forme

$$CD^2 > \frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)}\cdot IE^2+\frac{12\beta}{\alpha}IE.FG$$

d'où l'on comprend que le quarré de la largeur CD^2 doit toujours être plus grand que la valeur de l'expreſſion

$$\frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)}\cdot IE^2+\frac{12\beta}{\alpha}IE.FG.$$

§. 68.

Digitized by Google

§. 68.

Pour mieux éclaicir cette condition importante, à l'égard de la ſtabilité des vaiſſeaux, poſons pour abréger, $\frac{12\beta\beta}{\alpha(\beta+1)} = m$ & $\frac{12\beta}{\alpha} = n$; & notre condition ſera exprimée enſorte $CD^2 > m.IE^2 + n.IE.FG$. Maintenant puisque les deux lettres α & β peuvent varier depuis 1 jusqu'à $\frac{1}{2}$, & peut-être la derniere β encore au deſſous de $\frac{1}{2}$, nous mettrons devant les yeux les valeurs des lettres m & n dans la table ſuivante, où nous donnerons à α ſucceſſivement ces valeurs 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; & à β les ſuivantes 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4: & nous marquerons en fractions décimales les valeurs de m & n, qui réſultent de chaque combinaiſon des valeurs de α & β.

Valeurs

Valeurs de α.

ε	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
1,0	6,00	6,67	7,50	8,57	10,-0	12,00$=m$
	12,00	13,33	15,00	17,14	20,00	24,00$=n$
0,9	5,12	5,69	6,40	7,31	8,53	10,24$=m$
	10,80	12,00	13,50	15,43	18,00	21,60$=n$
0,8	4,27	4,74	5,34	6,10	7,12	8,54$=m$
	9,60	10,67	12,00	13,71	16,00	19,20$=n$
0,7	3,46	3,84	4,33	4,94	5,77	6,92$=m$
	8,40	9,33	10,50	12,00	14,00	16,80$=n$
0,6	2,70	3,00	3,38	3,86	4,50	5,40$=m$
	7,20	8,00	9,00	10,29	12,00	15,40$=n$
0,5	2,00	2,22	2,50	2,86	3,33	4,00$=m$
	6,00	6,67	7,50	8,57	10,00	12,00$=n$
0,4	1,37	1,52	1,71	1,96	2,28	2,74$=m$
	4,80	5,33	6,00	6,86	8,00	9,60$=n$

§. 69.

Il n'y a aucun doute, que dans cette table ne soient renfermés tous les cas possibles; mais comme les valeurs extrêmes des lettres α & β sont exclues de la pratique, les cas actuels qui trouvent ordinairement lieu dans

les vaiſſeaux, doivent être cherchés vers le milieu de cette table: & comme il ne s'agit ici, que d'aſſigner certaines limites que le quarré de la largeur C D doit ſurpaſſer & cela même aſſés conſidérablement, une ſcrupuleuſe préciſion ſeroit ici très mal placée. A cauſe de cela on n'a qu'à prendre garde, qu'on n'établiſſe ces limites trop petites, & pour cet effet il ſemble que le cas où $\alpha = 0,8$ & $\beta = 0,8$ eſt très propre à être appliqué presque à tous les vaiſſeaux, dont on ſe ſert dans la navigation. Dans ce cas donc nous aurons $m = 5,34$ & $n = 12,00$, de ſorte que l'autre limite ſera

$$CD^2 > 5,34.\ IE^2 + 12,00.\ IE.FG.$$

Cependant pour voir comme une petite différence pourroit influer ſur la valeur de CD^2, nous y ajouterons encore le cas $\alpha = 0,7$ & $\beta = 0,7$, qui nous fournit cette limite

$$CD^2 > 4,94.\ IE^2 + 12,00\ IE.FG.$$

§. 70.

§. 70.

Maintenant tout revient au rapport que la hauteur F G tient à la profondeur de la carine I E, où il ſemble d'abord que cette hauteur F G ne ſurpaſſe jamais la moitié de la profondeur I E; & aux cas où le centre de gravité G tombe ſous la ſurface de l'eau, cette profondeur ſera toujours plus petite que $\frac{1}{3}$ I E. Auſſi en paſſant par de dixiemes nous parcourrerons les hypothéſes ſuivantes pour l'un & l'autre cas.

Pour le cas $\alpha = 0,8$ & $\mathfrak{C} = 0,8$.

I°. Si F G $= 0,5$ I E, on aura
C D^2 $> 11,34$. I E^2, & partant
C D $> 3,37$. I E.

II°. Si F G $= 0,4$. I E, on aura
C D^2 $> 10,14$. I E^2, & partant
C D $> 3,19$. I E.

III°. Si F G $= 0,3$. I E, on aura
C D^2 $> 8,94$. I E^2, & partant
C D $> 2,99$. I E.

IV°. Si F G = 0, 2. I E, on aura
C D² > 7, 74. I E², & partant
C D > 2, 79. I E.

V°. Si F G = 0, 1. I E, on aura
C D² > 6, 54. I E², & partant
C D > 2, 56. I E.

VI°. Si F G = 0, 0. I E, on aura
C D² > 5, 34. I E², & partant
C D > 2, 32. I E.

VII°. Si F G = − 0, 1. I E, on aura
C D² > 4, 14. I E², & partant
C D > 2, 04. I E.

VIII°. Si F G = − 0, 2. I E, on aura
C D² > 2, 94. I E², & partant
C D > 1, 72. I E.

IX°. Sin. F G = − 0, 3. I E, on aura
C D² > 1, 74. I E², & partant
C D > 1, 32. I E.

Pour le cas $\alpha = 0,7$ & $\mathfrak{G} = 0,7$.

I°. Si F G = 0, 5 I E, on aura
C D² > 10, 94. I E², & partant
C D > 3, 31. I E.

II°.

II°. Si F G = 0, 4. I E, on aura
C D² > 9, 74. I E², & partant
C D > 3, 13. I E.

III°. Si F G = 0, 3. I E, on aura
C D² > 8, 54. I E², & partant
C D > 2, 93. I E.

IV°. Si F G = 0, 2. I E, on aura
C D² > 7, 34. I E², & partant
C D > 2, 71. I E.

V°. Si F G = 0, 1. I E, on aura
C D² > 6, 14. I E², & partant
C D > 2, 48. I E.

VI°. Si F G = 0, 0. I E, on aura
C D² > 4, 94. I E², & partant
C D > 2, 23. I E.

VII°. Si F G = − 0, 1. I E, on aura
C D² > 3, 74. I E², & partant
C D > 1, 94. I E.

VIII°. Si F G = − 0, 2. I E, on aura
C D² > 2, 54. I E², & partant
C D > 1, 60. I E.

IX°. Si F G = − 0, 3. I E, on aura
C D² > 1, 34. I E², & partant
C D > 1, 16. I E.

§. 71.

Cette conſidération nous vient donc de fournir une des réglés les plus importantes dans la conſtruction des vaiſſeaux, pour bien proportioner la largeur de la carine par rapport à ſa profondeur, dès que la hauteur du centre de gravité G eſt connû; & nous voyons, que tant que le centre de gravité G ſe trouve au deſſus de l'eau, la largeur du vaiſſeau C D doit toujours ſurpaſſer le double de la profondeur I E & cela d'autant plus, plus le centre de gravité ſera élevé. Mais comme nous n'avons aſſigné ici que la limite, que la largeur C D doit néceſſairement excéder, on demandera ſans doute de combien elle doit excéder cette limite. Comme cela dépend de la violence des ſecouſſes qu'un vaiſſeau a à ſoutenir, il faut ſans doute recourir à l'expérience: ſuppoſons par exemple, qu'un vaiſſeau puiſſe marcher très ſurement, dont la largeur de la carine C D étoit à ſa profondeur I E

comme 5 à 2, ou bien CD = 2,5.IE, & que ſon centre de gravité ſe ſoit trouvé préciſément à la ſurface de l'eau, ou FG = 0: cela poſé, puisque notre premier cas donne CD > 2,32.IE plus petite que ſelon l'expérience, de 0, 18 qui eſt à peu près la 13me partie de notre limite, en augmentant chaqu'une des nos limites de ſa 13me partie nous trouverions la juſte valeur de la largeur CD. Or les limites données pour l'autre cas, devroient être augmentées de leur 8me partie.

§. 72.

Pour ce qui regarde la profondeur de la carine IE, il eſt bon de remarquer ici, que les conſtructeurs donnent ordinairement aux vaiſſeaux un peu plus de profondeur vers la poupe que vers la proüe, & dans ce cas il eſt évident, que notre profondeur IE y doit tenir un certain milieu. On allegue communément cette raiſon d'une telle conſtruction, que les vaiſ-

ſeaux en ſoient gouvernés plus aiſément ; mais la véritable raiſon en eſt ſans doute, que lorsque le vaiſſeau ſe trouve en courſe étant pouſſé par le vent, ſa quille devienne alors horizontale, puisque la force du vent incline ordinairement le vaiſſeau par la proüe. Au reſte de tout ce que nous venons de dire, on voit qu'outre l'élargiſſement de la ſection d'eau, le moyen le plus éfficace pour augmenter la ſtabilité eſt, de porter le centre de gravite G auſſi bas qu'il eſt poſſible, ou que les circonſtances le permettent.

CHAPITRE X.

Sur le mouvement du roulis & du tangage des vaiſſeaux.

§. 73.

Après qu'un vaiſſeau aura été incliné de ſon état d'équilibre par quelque cauſe que ce ſoit, il ſera pouſſé par ſa ſtabilité, de retourner à l'équilibre, & cela par un mouvement acceleré, d'où il arrivera néceſſairement, qu'il paſſera outre à une inclinaiſon en ſens contraire jusqu'à ce que ſon mouvement ſera éteint, & de là il repaſſera de rechef à ſon état d'équilibre & balancera ainſi de la même maniere, qu'un pendule fait ſes oſcillations. Ce mouvement ſera auſſi également regulier, à moins qu'il ne ſoit troublé par la réſiſtance de l'eau, dont nous faiſons ici abſtraction.

Donc puisque ces balancemens d'un vaiſſeau, autour de quelque axe que ce ſoit que l'inclinaiſon ait été faite, ſont parfaitement ſemblables aux oſcillations d'un pendule, on n'en ſçauroit mieux connoître la nature, qu'en déterminant la longueur d'un pendule ſimple, qui acheveroit ſes oſcillations en tems égaux. Un tel pendule eſt nommé iſochrone aux balancemens du vaiſſeau.

§. 74.

Or ayant trouvé la longueur d'un tel pendule ſimple, que nous poſerons égale à *l*, les principes de Mechanique ont fourni la regle ſuivante, pour en déterminer le temps d'une oſcillation. D'abord il faut connoître la hauteur de la quelle un corps tombe librement dans une ſeconde de tems, qui s'eſt trouvée par l'expérience à peu près de 16 pieds de Londres, mais que nous marquerons ici par la lettre *g*; & enſuite deſignant par la lettre

tre π la circonférence d'un cercle dont le diamétre eſt $= 1$, le temps d'une telle oſcillation exprimé en ſecondes ſera toujours $= \pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$: ou bien on doit diviſer la longueur du pendule l par la double hauteur g, & multiplier la racine quarreé de ce quotient par π, ou bien par $\frac{22}{7}$ ſelon la regle d'Archimède, & on aura le temps d'une oſcillation exprimé en ſecondes.

§. 75.

Il s'agit donc de trouver pour chaque cas propoſé cette longueur l d'un pendule iſochrone; ce qui eſt ſans doute une queſtion, qui demande les plus profondes recherches. Mais pour notre deſſein il ſuffira de rapporter ici ſimplement le réſultat de ce que les principes de Mechanique nous ont fourni ſur ce ſujet. Comme nous conſidérons ici la queſtion en général, où un vaiſſeau a été incliné autour d'une axe quelconque horizontal tiré par ſon centre de gravité, il faut avant toutes

toutes choſes ſçavoir la ſtabilité du vaiſſeau par rapport à ce même axe, qui eſt toujours un produit du poids du vaiſſeau M, par une certaine longueur, qui ſoit $= s$, de ſorte que la ſtabilité ſoit $M s$; mais outre cela il s'agit encore de ſçavoir, ce qu'on nomme en Mechanique le moment d'inertie du vaiſſeau par rapport au même axe, qu'on trouve en multipliant toutes les parties, dont le vaiſſeau eſt compoſé, chacune par le quarré de ſa diſtance au même axe, & en raſſemblant tous ces produits dans une ſomme, que nous indiquerons par $M.rr$, vû qu'elle ſera toujours un produit du poids entier du vaiſſeau M multiplié par le quarré d'une certaine ligne, que nous mettons ici $= r$. Or connoiſſant ces deux élémens, la longueur cherchée du pendule iſochrone ſe trouve toujours, en diviſant le moment d'inertie $M.rr$ par la ſtabilité $M s$, de ſorte qu'on aura $l = \frac{rr}{s}$.

§. 76.

§. 76.

Aprés ces déterminations générales, conſidérons le cas, où un vaiſſeau fait ſes balancemens autour de ſon grand axe dirigé de la proüe à la pouppe, & ce mouvement eſt nommé le roulis, par lequel le vaiſſeau panche alternativement d'un coté à l'autre; & il faut d'abord remarquer, que ce mouvement ſe peut conſerver aſſés long-temps dans une eau calme, puisque la figure eſt pour la plus part tellement arrondie autour de cet axe, que ce mouvement ne rencontre presque aucune réſiſtance dans l'eau, & que les éfforts de l'eau qui ſont dirigés à peu près vers ce même axe, ne produiſent presque aucun moment capable de troubler ce mouvement. Il ſera donc aiſé d'obſerver le temps, pendant lequel ces balancemens s'achèvent, & par ce moyen on trouvera par une ſeule expérience la longueur du pendule iſochrone $l = \frac{rr}{s}$, de ſorte que de là on pourra aſſigner la valeur de l'une des ces deux quantités

tités r ou s, l'autre étant déja connüe. Enſuite on voit auſſi, que ce mouvement de roulis ſera d'autant plus lent & doux, plus le pendule iſochrone l ſera long: d'où il eſt évident, que puisqu' il ne convient pas de diminuer le dénominateur s, il faut tâcher d'augmenter le numerateur rr autant, que les circonſtances le permettront. On obtiendra donc cette augmentation de la longueur l, en éloignant tous les fardeaux de la charge autant du grand axe horizontal, qui paſſe par le centre de gravité G ſelon la longueur du vaiſſeau, qu'il eſt poſſible.

§. 77.

Il en eſt à peu près de même des balancemens, qui ſe font autour de l'axe transverſal du vaiſſeau, qu'on nomme le tangage, & par lequel le vaiſſeau s'incline alternativement vers la proüe & la pouppe. Or alors dans la formule $l = \frac{rr}{s}$, le dénominateur s eſt beaucoup plus grand que dans le cas précédent, puisque la ſtabilité par rap-

rapport à cet axe ſurpaſſe pluſieurs fois celle qui convient à l'axe en longueur, d'où la valeur de *l* devroit devenir beaucoup plus petite & partant le mouvement de tangage plus rapide. Mais il faut auſſi conſidérer, que la valeur de la lettre *r* eſt dans ce cas bien plus grande que dans le précédent, vû que toutes les charges contenües vers la proüe & la pouppe ſont fort éloignées de l'axe transverſal, & cette circonſtance pourroit bien produire pour la lettre *l* une auſſi grande valeur que dans le cas précédent. Mais ce mouvement de tangage ne ſçauroit durer ſi longtemps que le roulis, parceque la proüe & la pouppe à cauſe de leur obliquité ſouffrent une réſiſtance très conſidérable en ſe baiſſant & lévant alternativement, de ſorte que ce mouvement ſera pour la plus part bientôt éteint, ſçavoir dans la ſuppoſition, que l'eau eſt parfaitement calme.

§. 78.

Car lorsque la mer ſe trouve dans

dans une grande agitation, on comprend aiſément que tant le roulis que le tangage en doivent ſouffrir des alterations très conſidérables, vû que l'élévation & l'abaiſſement alternatif des vagues eſt ſeul capable de produire un balancement dans le vaiſſeau, quand même il n'auroit par été incliné par quelque autre force. Or pour déterminer les mouvemens qui ſeront imprimés alors au vaiſſeau, la théorie nous abandonne entiérement, vû que d'un coté nous ignorons encore abſolument les loix ſelon leſquelles une eau agitée pouſſe les corps qui y nagent & que d'un autre coté la formule trouvée ci-deſſus pour la ſtabilité ne ſauroit plus avoir lieu par la même raiſon; & partant auſſi la longueur du pendule iſochrone que nous venons d'aſſigner devient entiérement fauſſe. Auſſi l'expérience nous à donné à connoître, que les forces qu'une mer troublée par des vagues exerce ſur le vaiſſeau, ſont tout à fait différentes

de

de celles, qu'on obſerve dans une eau calme. On a même remarqué, que lorsqu'un vaiſſeau eſt porté en haut par les vagues, il y monte par un mouvement acceleré, & qu'il retombe en bas par un mouvement rétardé; ce qui paroît directement oppoſé aux principes, qu'on ſe forme communement ſur l'action des eaux.

§. 79.

Cependant quoiqu'on ſoit encore extrémement éloigné de pouvoir déterminer quelque choſe de certain ſur cette matiere, il ſera pourtant bon de remarquer, que les vagues ſe ſuccedent communement aſſés regulierement par des intervalles de tems égaux entr'eux, de ſorte que quand un vaiſſeau en ſera frappé à preſent pour la première fois, il en recevra dans la ſuite par des ſemblables intervalles de tems le ſecond & le troiſième coup & ainſi auſſi les ſuivans. Donc ſi le vaiſſeau lui même étoit de telle nature, qu'il achéveroit ſes balancemens dans les

mêmes intervalles de tems, le coup ſuivant des vagues rencontreroit toujours le vaiſſeau dans la même ſituation que le précedent, & partant il réuniroit ſa force pour augmenter le mouvement du vaiſſeau, de ſorte qu'il pourroit enfin devenir dangereux. Mais ſi les dits intervalles de tems entre les ſucceſſions des vagues, & les balancemens du vaiſſeau étoient tellement proportionés entr'eux, que le coup ſuivant détruiroit l'effet des précedens, le vaiſſeau pourroit ſouffrir des ſecouſſes trop rudes. Surtout dans le tangage quand la proüe & la pouppe auroient reçu des mouvemens fort rapides & que des nouvelles ſecouſſes s'oppoſeroient ſubitement à ce mouvement, il en pourroit bien réſulter un tel ébranlement dans toutes les parties du vaiſſeau, qu'il risqueroit de perdre la mâture.

SECON-

SECONDE PARTIE

Où l'on traite

DE LA RESISTANCE

que les vaiſſeaux rencontrent dans leurs courſes

&

DE L'ACTION DU GOUVERNAIL.

Digitized by Google

Digitized by Google

THEORIE COMPLETE
de la
Conſtruction & de la manoeuvre
des Vaiſſeaux.

SECONDE PARTIE.
Où l'on traite de la réſiſtance, que les vaiſſeaux rencontrent dans leurs courſes, & de l'action du Gouvernail.

CHAPITRE I.
Sur la réſiſtance d'une ſurface plane étant müe dans l'eau.

§. 1.

Tant qu'un corps plongé dans l'eau ſe trouve en repos, il ſoutient par toute ſa ſurface des preſſions, qui étant décompoſées en ho-

rizontales & verticales, les horizontales ſe détruiſent mutuellement, & les verticales ſe réduiſent à une force égale au poïds d'un volume d'eau égal au corps plongé, dont il eſt pouſſé verticalement en haut, comme nous l'avons démontré ci-deſſus. Mais dès que le corps ſe trouve en mouvement, il ſouffre outre ces preſſions encore une force, qui s'oppoſe à ſon mouvement, qu'on nomme la réſiſtance de l'eau, & que nous nous propoſons de déterminer ici: où il faut d'abord remarquer, que cette force de réſiſtance dépend principalement de la figure du corps, pendant que les preſſions mentionnées en ſont abſolument indépendantes. A cauſe de cela il convient de commencer nos recherches par des ſurfaces planes, qui ſe meuvent dans l'eau avec une certaine viteſſe, tant directement qu'obliquement. Or une ſurface ſe meut directement dans l'eau, lorsque la direction de ſon mouvement eſt perpendiculaire à cette même

me ſurface; mais obliquement, ſi cette direction y eſt oblique.

§. 2.

Conſidérons donc une ſurface plane quelconque, qui ſe meuve dans l'eau ſelon la direction E F, perpendiculaire au même plan, avec une viteſſe, que nous nommerons $= c$, en marquant par c l'eſpace parcourrüe dans une ſeconde de tems par cette viteſſe, vû que cette maniere de ſe repréſenter les viteſſes nous en donne la plus juſte idée. Cela poſé, puisque cette ſurface ne ſçauroit continuer ſon mouvement ſans pouſſer l'eau qu'elle rencontre en avant, il y arrivera une colliſion, d'où réſultera néceſſairement une certaine force, dont la ſurface ſera pouſſée en arrière, & on voit bien que cette force ſera perpendiculaire à la ſurface & partant directement contraire à ſon mouvement; ou bien cette ſurface ſe trouvera dans le même état, que ſi elle étant poſée horizontalement avoit

Tab. I. Fig. 1.

à ſoutenir une certaine colonne d'eau, de ſorte que ſi nous connoiſſions la hauteur de cette colonne, nous aurions une exacte connoiſſance de la réſiſtance, que cette ſurface rencontre actuellement dans l'eau. Il s'agit donc de trouver cette colonne, dont la hauteur nous fournira la plus juſte méſure de la réſiſtance que nous cherchons: car on n'aura qu'à multiplier cette hauteur par la ſurface même, pour trouver la ſolidité d'une maſſe d'eau, dont le poids ſeroit préciſément égal à la force de la réſiſtance.

§. 3.

Or le raiſonnement ſuivant nous conduira à la connoiſſance de cette hauteur: d'abord il eſt très clair, que notre ſurface A B C D en ſe mouvant dans l'ea avec la viteſſe $= c$, en ſoutiendra le même éffort, que ſi la ſurface étoit en repos & que l'eau y vint frapper perpendiculai ement avec la même viteſſe. Or dans cet état, ſi

la

la ſurface étoit percée quelque part d'un petit trou, l'eau y échapperoit préciſément avec la viteſſe $= c$. Donnons à preſent à la dite colonne d'eau une telle hauteur, que l'eau échapperoit avec cette même viteſſe par un trou fait à la baſe, & il n'y aura aucun doute, que notre ſurface ne ſoit preſſée ou forcée dans l'un & l'autre cas également. Donc poſant cette hauteur $= h$ & l'aire de la baſe ou de notre ſurface $= ff$, la ſolidité de la colonne ſera ffh, & partant le poids d'un égal volume d'eau nous fournira la vraie force de la réſiſtance, dont la ſurface ſera pouſſée perpendiculairement, ou dans une direction contraire à celle de ſon mouvement.

§. 4.

Or on ſçait tant par la théorie, que par l'expérience, que l'eau contenüe dans un vaſe à la hauteur $= h$, échappera par un trou de la baſe avec la même viteſſe, qu'un corps tombant de

cette même hauteur h pourroit acquérir; & ſi la lettre g marque la hauteur par la quelle un corps tombe dans une ſeconde, on ſçait auſſi que la viteſſe ſera telle, qu'elle parcourreroit dans une ſeconde l'éſpace $= 2\sqrt{g\,h}$. Puisque donc cette viteſſe eſt ſuppoſée $= c$, de ſorte que $2\sqrt{g\,h} = c$, en prenant les quarrés $4\,g\,h = c\,c$, nous en tirons la hauteur cherchée $h = \frac{c\,c}{4\,g}$: par conſequent la force de la réſiſtance, que la ſurface plane propoſée A B C D $= f\,f$, en ſe mouvant directement dans l'eau avec la viteſſe $= c$, ſoutiendra, ſera $= \frac{c\,c\,f\,f}{4\,g}$, & par cette force la ſurface ſera repouſſée dans une direction contraire à ſon mouvement. De là on voit, que cette réſiſtance eſt toujours proportionelle au quarré de la viteſſe, & enſuite auſſi proportionelle à l'aire même de la ſurface, de ſorte que par ce moyen la réſiſtance eſt parfaitement déterminée.

§. 5.

§. 5.

Conſidérons à preſent de la même maniere le cas, où la ſurface A B C D ſe meut avec la même viteſſe $= c$ dans l'eau, mais ſelon une direction oblique à ſon plan, qui y ſoit incliné d'un angle quelconque $= \Phi$. Repréſentons ce cas dans la deuxième figure, où A B ſoit la ſurface plane propoſée, E F la direction de ſon mouvement avec la viteſſe $= c$ & l'angle A E F $= \Phi$, & il eſt certain, que ce plan ſoutiendra la même force, que s'il étoit en repos & que l'eau y couloit ſelon la direction F E avec la même viteſſe. Cette force pourra donc encore être comparée avec le poids d'une certaine colonne d'eau ſoutenue par la même baſe, & comme cette force n'eſt proprement qu'une preſſion, il s'enſuit qu'elle agit perpendiculairement ſur la ſurface A B ſelon la direction E G, qui ne ſera donc plus directement contraire à la direction du mouvement E F. Mais ayant trou-

Tab. I. Fig. 2.

vé

vé cette preſſion E G, qui ſoit = P, on n'a qu'à la décompoſer ſelon la direction E H, la même que E F, & la direction G H, qui y eſt perpendiculaire & ne s'oppoſe par conſequent point au mouvement. D'où la réſiſtance directement contraire au mouvement ſera = P ſin. Φ, puisque l'angle E G H eſt évidemment égal à l'angle A E F = Φ & que E H repréſente le ſinus de cet angle, le ſinus total étant = E G. Or pour trouver cette preſſion, appliquons le même principe dont nous venons de nous ſervir dans le cas précedent, & conſidérant un jet d'eau, qui vient s'élancer ſur notre ſurface A B en répos ſuivant la direction F E avec la viteſſe = *c*, il eſt clair que ſi notre ſurface étoit percé d'un trou en E, l'eau y paſſeroit librement ſelon la direction E H ſans changer ni de direction, ni de viteſſe. Décompoſons à preſent cette viteſſe ſelon la direction E I perpendiculaire à la ſurface & ſelon l'autre I H parallele, & puisque cette der-

Tab. I. Fig. 3.

dernière n'influe pas sur le mouvement, la seule première selon E I doit être regardée comme l'effet du choc, que notre surface éprouve. Or à cause de l'angle E H I = A E F = Φ, cette viteſſe ſelon E I ſera = *c* ſin. Φ. Il s'agit donc de chercher la hauteur d'une colonne d'eau, qui étant ſoutenüe par la même baſe en rejalliroit par un trou avec une égale viteſſe = *c* ſin. Φ. Mais non venons de voir, que nommant cette hauteur *h*, on devroit poſer $2\sqrt{hg} = c$ ſin. Φ, d'où l'on retireroit $h = \frac{cc\,sin.\,\Phi^2}{+g}$, qui étant multipliée par l'aire de notre ſurface *ff*, donnera la force de la réſiſtance perpendiculaire à la ſurface ſelon E G, qui eſt la réſiſtance totale, que nous avons nommé = P, & partant la réſiſtance directement contraire au mouvement ſera, P ſin. $\Phi = \frac{cc\,ff\,sin.\,\Phi^3}{+g}$. Fig. 2.

§. 6.

Nous voilà donc parvenus par un raiſonnement aſſes ſimple & lumineux,

neux à des formules, qui nous donnent à connoître pour tous les cas, où une ſurface plane $AB = ff$ ſe meut dans l'eau avec une viteſſe $= c$ ſous une obliquité $AEF = \Phi$, tant la réſiſtance totale $= \frac{ccff\,\text{ſin.}\,\Phi^2}{4g}$, que celle qui eſt directement contraire au mouvement $= \frac{ccff\,\text{ſin.}\,\Phi^3}{4g}$. De celle là on voit, que la réſiſtance totale eſt en raiſon compoſée, 1°. de l'aire ff de la ſurface même, 2°. du quarré de la viteſſe cc & 3°. du quarré du ſinus de l'obliquité ou de l'angle $AEF = \Phi$. Or la réſiſtance contraire au mouvement ſuit la raiſon compoſée 1°. auſſi de l'aire ff & 2°. du quarré de la viteſſe cc; mais 3°. du cube du ſinus de l'obliquité. C'eſt ſur ces deux principes, reconnûs depuis longtemps parmis les Géomètres, qu'on a fondée toute la théorie de la réſiſtance, que les corps ſolides ont à vaincre en ſe mouvant dans un fluide quelconque. On a auſſi donné jusqu'ici différentes démonſtrations

tions des ces principes, mais celle que nous venons de fournir ici, paroît la plus claire & la plus ſolide.

§. 7.

Pour nous mieux éclaircir ſur cet article, comparons entr'eux les deux cas ſuivans. 1°. Soit A B une ſurface plane $= ff$, qui ſe meuve directement dans l'eau ſelon la direction A a avec une viteſſe $= c$, & 2°. qu'une autre ſurface A C ſe meuve ſelon la même direction avec la même viteſſe $= c$ mais obliquement, l'angle de l'obliquité étant a A C $= \Phi$. Or l'aire de cette ſurface A C ſoit à l'aire de la première, comme dans la figure l'hypothénuſe A C au cathéte A B. Ayant tiré la ligne B b parallele à A a, de ſorte que ces deux ſurfaces ayent à luter contre la même colonne d'eau, d'où l'on voit, que l'aire de cette dernière ſurface A C ſera $= \frac{ff}{ſin.\Phi}$. Cela poſé, puiſque la réſiſtance de la ſurface A B

Tab. I. Fig. 4.

a été trouvée $= \frac{ccff}{4g}$, & la réſiſtance de la ſurface A C entant qu'elle eſt contraire au mouvement, en poſant dans notre dernière formule $\frac{ff}{\sin.\Phi}$ au lieu de ff, ſera $= \frac{ccff \sin.\Phi^2}{4g}$, & partant ces deux réſiſtances ſont entr'elles, comme l'unité au quarré du ſinus de l'obliquité. Donc ſi l'angle B A C étoit $= 45°$, à cauſe de $\Phi = 45°$, & ſin. $\Phi^2 = \frac{1}{2}$, la réſiſtance de l'hypothénuſe A C ſeroit préciſément la moitié de celle de la ſurface A B, & ſi l'on faiſoit l'angle B A C $= 60°$, à cauſe de $\Phi = 30°$ & ſin. $\Phi = \frac{1}{4}$, la réſiſtance de A C deviendroit quatre fois plus petite que la réſiſtance de A B. Et en général plus on augmente l'angle B A E, plus la réſiſtance de la ſurface A C deviendra de plus en plus petite & évanouira enfin presque entiérement. Car prenant l'angle B A C $= 80°$, de ſorte que $\Phi = 10°$, la réſiſtance de A C ſera 33 fois plus petite que celle de A B, & prenant cet angle B A C $= 85°$,

ou

ou bien $\Phi = 5°$, la réſiſtance ſera même reduite à la 131me partie. De là on comprend déja, comment la réſiſtance des vaiſſeaux peut être diminuée trés conſidérablement en allongeant & retreſſiſſant la proüe.

§. 8.

Dans cette comparaiſon nous n'avons conſidéré que la réſiſtance, qui eſt directement contraire au mouvement; ce qui eſt ſans doute ſuffiſant, lorsqu'il s'agit de déterminer la force de la réſiſtance, que les vaiſſeaux ſouffrent dans leurs courſes, & on voit déja, de quelle maniere on doit s'y prendre pour trouver cette réſiſtance, quelle que ſoit la figure du vaiſſeau. Car on n'a qu'à partager la ſurface de la carine en pluſieurs très petits morceaux, qu'on pourra regarder comme des ſurfaces planes & à chercher l'obliquité de chacune à l'égard de la direction du mouvement. Mais il eſt auſſi également néceſſaire de déterminer

ner dans tous ces cas, combien de force la réſiſtance exerce pour incliner le vaiſſeau, & alors il faut ſe ſervir de notre formule principale, qui exprime la réſiſtance totale, & qui étoit $\frac{cc\ f.ſin.\ P^2}{+g}$, afin qu'on en puiſſe par la réſolution des forces déduire celles, qui ſont capables de produire quelque inclinaiſon. Enfin il faut ſe ſouvenir ici, que la lettre g exprime une longueur de 16 pieds de Londres à peu près, ce qui ſuffit pour ces ſortes de recherches.

CHA-

CHAPITRE II.

Sur la réſiſtance des Vaiſſeaux dans leurs courſes directes.

§. 9.

Lorsqu'un vaiſſeau ſe meut enſorte dans l'eau, que la direction de ſon mouvement eſt parallele à ſa quille ou plustôt au grand axe de ſa carine, ſa courſe eſt nommée directe, pour la diſtinguer d'une telle route, où la direction du mouvement ſeroit inclinée à celle de la quille. Il convient donc de commencer par la courſe directe, & pour chercher la réſiſtance que le vaiſſeau éprouvera alors dans cette courſe, nous n'avons qu'à conſidérer la carine du vaiſſeau, dont la ſection diamétrale A B C D ſoit repréſentée dans la figure, de ſorte que ſon grand axe A B nous repréſente en même Tab. I Fig. 5.

tems la direction de ſon mouvement, dont nous nommerons toujours la viteſſe $= c$, qui marque l'éſpace parcourû par cette viteſſe dans une ſeconde de tems. Or ſoit A la proüe, B la pouppe, & C D la quille du vaiſſeau, & que G marque le centre de gravité du vaiſſeau entier, d'où menant la ligne verticale G E, elle coupe la ſection d'eau A B en F & la quille en E.

§. 10.

Concevons d'abord, que le vaiſſeau chocqueroit l'eau par ſa plus grande ſection transverſale avec la viteſſe $= c$, enſorte que la direction du mouvement ſeroit perpendiculaire à cette même ſection. Ce ſeroit donc le cas, où le vaiſſeau auroit une figure prismatique, de ſorte que toutes ces ſections transverſales fuſſent égales entr'elles. La proüe en A ſeroit donc terminée par un plan vertical A *a* perpendiculaire à l'axe A B & égal à la ſection transverſale F E, que nous con-

conſidérons toujours comme la plus grande. Poſons de plus l'aire de cette ſurface A $a = ff$, & puisqu'elle heurte directement contre l'eau, la réſiſtance ſera $= \frac{cc.ff}{+g}$ & directement contraire à la direction du mouvement.

§. 11.

Enſuite il eſt évident, que la moyenne direction de cette réſiſtance paſſera par le centre de gravité de cette ſurface plane A a, lequel étant ſuppoſé en c, la ligne horizontale $c\,d$ parallele à A B nous marquera la direction que ſuit la force de la réſiſtance totale, que le vaiſſeau rencontre en ſa courſe directe. De là nous concluons, que le mouvement du vaiſſeau ſera premièrement rétardé par cette même force $= \frac{cc.ff}{+g}$, & outre cela entant que la direction $c\,d$ ne paſſe point par le centre de gravité G, cette même force produira un moment, pour incliner le vaiſſeau autour de ſon axe transverſal, tiré par le point G per-

pendiculairement au plan diamétral repréſenté dans la figure: ce moment ſera donc $= \frac{cc.ff}{+g}$. G d, par lequel le vaiſſeau ſera incliné vers la proüe A, qui ſera par conſequent plongé d'avantage dans l'eau; & ſachant la ſtabilité du vaiſſeau par rapport au même axe, qui ſoit $=$ M s, nous pourrons même aſſigner l'angle $= i$, auquel le vaiſſeau ſera incliné. Pour cet effet il faut conſidérer, que puiſque M marque le poids du vaiſſeau tout entier, & que notre moment de force eſt exprimé par un volume d'eau, il le faut premièrement auſſi reduire à un poids abſolù. Par conſequent poſant le volume entier de la carine comme ci-deſſus $=$ V, le moment de force deviendra $= \frac{M}{V} \cdot \frac{cc.ff}{+g}$. G d, qui étant diviſé par la ſtabilité M s, donnera le ſinus de l'inclinaiſon

$$\text{ſin. } i = \frac{cc.ff}{+g\,V} \cdot \frac{G\,d}{s}.$$

§. 12.

Cette réſiſtance que ſouffriroit la plus grande ſection transverſale, ſi elle ſe mouvoit immédiament dans l'eau avec la même viteſſe, eſt regardée comme la baſe, pour y regler la réſiſtance, qu'une figure quelconque de la proüe auroit à ſoutenir, en marquant combien de fois la réſiſtance actuelle eſt plus petite que celle de la ſection transverſale. Or de ce que nous venons de dire, on comprend deja, que la réſiſtance actuelle peut devenir pluſieurs fois plus petite que celle, que rencontreroit la ſection transverſale; vûque nous avons démontré, que plus la proüe eſt frappée obliquement de l'eau, & plus la réſiſtance devient petite: d'où il s'enſuit, que plus la proüe d'un vaiſſeau eſt allongée, & retreſſie ſucceſſivement en avant, plus auſſi ſa réſiſtance ſera diminuée. Mais comme le retreſſiſſement ſe fait ordinairement non ſeulement de coté vers le milieu, mais

auſſi de bas en haut, on comprendra aiſement, qu'il en réſultera auſſi une force, dont le vaiſſeau ſera pouſſé verticalement en haut, outre celle qui s'oppoſe directement à ſon mouvement. Ce ſera donc à ces deux forces enſemble, que nous devons fixer notre attention, ſi nous nous voulons former une juſte idée de l'effet entier, que la réſiſtance eſt capable de produire.

§. 13.

Mais comme la recherche des ces forces exige des calculs extrèmement difficiles, même pour les figures des vaiſſeaux aſſés ſimples, & que nous ſommes obligés de nous en tenir à des ſimples approximations; avant que d'entrer dans quelque détail, il ſera bon de conſidérer la choſe en général. Soit donc A B C D la ſection diamétrale du vaiſſeau, ou plustôt de la carine comme auparavant, & que la ligne A C repréſente la montée de la proüe depuis la quille C jusqu'à l'extremité

Tab. I. Fig. 6.

A

A dans la ſurface de l'eau: ou bien que cette ligne A C repréſente l'étrave du vaiſſeau, & que la viteſſe dont le vaiſſeau court dans la direction B A ſoit $= c$; & il eſt d'abord évident, que tous les éfforts de la réſiſtance doivent ſe reduire 1°. A une force horizontale dans la direction c P, & partant directement contraire à celle du mouvement, que nous marquerons par la lettre P, 2°. A une force verticale, dont la direction ſoit d Q, que nous marquerons par la lettre Q, où il eſt bon auſſi de remarquer l'interſection R, qu'on peut nommer le centre de la réſiſtance, par le quel paſſera la direction de la force R S équivalente aux deux forces précédentes, de ſorte qu'on pourroit dire, que tous les éfforts de la réſiſtance ſe reduiſent à la ſeule force ſelon R S, dont la quantité ſera, comme on ſçait,

$$= V(P^2 + Q^2)$$

& ſon inclinaiſon à l'horizon ou bien l'angle P R S aura pour ſa tangente la

fraction $\frac{Q}{P}$: de maniere qu'il ſuffit de conſidérer les deux forces P & Q, dont l'une & l'autre eſt toujours proportionelle au quarré de la viteſſe du vaiſſeau.

§. 14.

Voyons à préſent, quel effet l'une & l'autre de ces deux forces produira ſur le vaiſſeau. Or la premiére ou l'horizontale P produit deja comme dans le cas précedent un double éffet, l'un qui s'oppoſe directement au mouvement, tout de même comme ſi elle étoit appliquée dans le centre de gravité G, & qu'elle pouſſât le vaiſſeau en arrière; l'autre effet réſulte du moment de cette force par rapport à l'axe transverſal du vaiſſeau, lequel étant = P. G P fera incliner le vaiſſeau vers la proüe A. De la même maniere encore l'autre force = Q, qui eſt verticale produit un double éffet: l'un qui pouſſe le vaiſſeau directement en haut, tout de même que ſi elle étoit appliquée au centre

tre de gravité G, de ſorte que le poids tout entier du vaiſſeau en ſera diminué du poids Q; & l'autre effet de cette force fournira enfin un moment par rapport au même axe transverſal $= Q.FQ$, dont la direction étant contraire à celle du premier moment P. G P, imprimera au vaiſſeau une inclinaiſon contraire pour élever la proüe; enſorte que ſi celui-ci ſurpaſſe celui-là, le vaiſſeau ſera incliné vers la poupe par un moment de force $= Q.FQ - P.GP$, qui étant diviſé par la ſtabilité du vaiſſeau par rapport au même axe transverſal, donnera le ſinus de l'inclinaiſon qui en ſera produite.

§. 15.

De là il eſt clair, que pour conſerver le vaiſſeau dans le mouvement que nous lui ſuppoſons avec la viteſſe $= c$, il faut d'abord pouſſer le vaiſſeau directement en avant avec la même force P, dont il eſt repouſſé par la réſi-

réſiſtance, & enſuite puisque le poids du vaiſſeau M eſt diminué par la réſiſtance d'un poids = Q, on n'auroit qu'à le charger d'un nouveau poids Q, qu'on mettroit dans le centre de gravité G même, àfin que le lieu de ce point n'en fût pas changé. Enfin pour empêcher que le vaiſſeau ne ſouffre aucune inclinaiſon, on n'a qu'à appliquer la premiere force P au deſſus du centre de gravité G, comme en H, enſorte que ſon moment P. G H devienne préciſément égal à celui, dont le vaiſſeau ſeroit incliné en arriere, & qui étoit Q. F Q − P. G P, & partant P. G H = Q. F Q − P. G P, d'où l'on tire

$$G H = \frac{Q}{P}. F Q - G P$$

de ſorte que $P H = \frac{Q}{P}. F Q$.

Soit donc H K cette force = P, appliquée au vaiſſeau, & il eſt évident, que le point H ſe trouvera préciſément dans l'interſection de l'axe vertical E G avec la véritable direction de la réſiſtance R S.

§. 16.

Digitized by Google

§. 16.

Or pour la pratique il n'eſt pas néceſſaire de charger le vaiſſeau d'un nouveau poids Q, puiſqu'il eſt plustôt très avantageux que la réſiſtance diminue le poids du vaiſſeau. Ainſi il ſeroit très mal à propos de le vouloir charger d'avantage. Enfin comme dans ce cas auſſi tout le vaiſſeau ſeroit un peu élévé, le creux de la carine deviendroit plus petit; ce qui eſt encore une circonſtance très favorable, puiſque par là la réſiſtance ſeroit un peu diminuée, de ſorte qu'une moindre force ſuffiroit alors pour conſerver le vaiſſeau dans ſon mouvement.

CHAPITRE III.

Sur la maniere d'éſtimer la réſiſtance d'une Proüe donnée.

§. 17.

Si la figure de la proüe eſt telle, que tous les élémens de ſa ſurface ſont également inclinés à la direction du mouvement, il eſt aiſé d'en déterminer la réſiſtance qui eſt contraire au mouvement: car pour ce qui regarde la réſiſtance dont le vaiſſeau eſt pouſſé en haut, on peut bien ſe paſſer de cette détermination, comme nous venons de le voir. Donc ſi nous poſons l'aire de la ſection transverſale, ou de la coupe la plus large de la carine $= ff$, la viteſſe du vaiſſeau ſelon ſon grand axe B A, $= c$ & l'angle dont toute la ſurface de la proüe eſt inclinée à la direction du mouvement $= \Phi$, nous avons

avons vû que la réſiſtance qui s'oppoſe au mouvement, eſt égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume ſeroit $= \frac{cc.ff\,\text{ſin.}\Phi}{g}$. Or ſi la coupe la plus large courroit avec la même viteſſe directement dans l'eau, ſa réſiſtance ſeroit $= \frac{cc.ff}{4}$; de ſorte que dans l'autre cas la réſiſtance eſt autant de fois plus petite, que le quarré du ſinus de l'angle Φ eſt plus petit que l'unité: d'où l'on comprend qu'il ſeroit poſſible de diminuer la réſiſtance autant de fois qu'on voudroit, s'il n'y avoit point d'autres circonſtances également eſſentielles au vaiſſeau, qui y mettroient des bornes.

§. 18.

Or une telle égalité d'inclinaiſon par toute la ſurface de la proüe peut avoir lieu dans une infinité de cas, dont nous mettrons quelques unes devant les yeux: & d'abord ſi la coupe la plus large étoit un parrallelogramme rectangle comme M N *mn*, & que

la

Tab. I. Fig. 7. la proüe eût la figure d'un coin terminé par la ligne verticale A *a*, de ſorte que toutes les ſections horizontales ſeroient des triangles A M N & *a m n* tous égaux entr'eux: alors les deux faces A *a* M *m* & A *a* N *n* ſoutiendroient tous les éfforts de l'eau ſous le même angle F A M = F A N = ϕ, dont le ſinus étant = $\frac{FM}{AM}$, la réſiſtance de cette figure ſera à celle de la baſe M N *m n* comme F M² à A M²: ou bien marquant la réſiſtance de la baſe par la lettre R, celle de notre proüe ſera = R. $\frac{FM^2}{AM^2}$.

§. 19.

Il en eſt de même, ſi la coupe la plus large étoit comme auparavant un parallelogramme rectangle, & que la proüe montoit de E jusqu'en A par un plan incliné E A, de ſorte que toutes les ſections paralleles à la diamétrale ſeroient des triangles rectangles égaux à A F E. Car dans ce cas

Tab. I. Fig. 8.

l'angle

l'angle d'obliquité ſeroit F A E, & ſon ſinus $= \frac{EF}{AE}$; d'où réſulteroit la réſiſtance $= R. \frac{EF^2}{AE^2}$: où R marque la réſiſtance de la coupe maîtreſſe F E. Cette même réſiſtance auroit auſſi lieu, ſi la coupe maîtreſſe étoit un demicercle décrit du rayon E F, & la proüe la moitié du cone décrit ſûr cette baſe, ſon ſommet étant en A. Il eſt auſſi clair, que cette même réſiſtance conviendroit à une pyramide quelconque, qui auroit pour baſe un polygone circonſcrit autour de celle du cone, dont nous venons de parler; mais comme toutes ces figures ne conviennent pas à la pratique, voyons comment on doit ſe prendre pour déterminer la réſiſtance d'une proüe donnée quelconque.

§. 20.

Pour cet effet ſoit C D E la moitié de la plus grande ſection ou coupe transverſale, & en concevant qu'on faſſe dans le vaiſſeau même depuis cette Tab. II. Fig. 9.

coupe jusqu'au bout de la proüe plusieurs sections paralleles, à des distances données entr'elles, qu'on transporte leurs figures par projections sur la plus grande, dont une quelconque soit représentée par M P Q N, & celle qui la suit en avant par *m p q n*, de la même maniere que les constructeurs représentent les plans des vaisseaux: or pour notre usage nous ne considérons ces figures que depuis la quille E jusqu'à la surface de l'eau C D. Qu'on tire ensuite plusieurs lignes transversales, comme R P *p r* & S Q *q s*, qui coupent les premières lignes à peu près à angles droits, de sorte que par ces deux ordres des lignes l'aire de la première demi-section C D E soit partagée en plusieurs petits trapèzes & triangles presque rectangles, comme par exemple le trapèze P *p* Q *q*, qu'on doit prendre si petit, que la portion de la surface de la proüe, qui répond à chacune, puisse être regardée comme un plan, dont il s'agit de trou-

ver

ver l'inclinaiſon à la direction du mouvement; laquelle étant trouvée, on n'a qu'à multiplier la petite aire P Q pq par le quarré du ſinus de cette inclinaiſon, & ajouter dans une ſomme tous ces produits enſemble, pour avoir la valeur de la formule ff ſin. Φ^2, dont le double étant multiplié par $\frac{c\,c}{+g}$, donnera la réſiſtance de cette proüe, entant qu'elle eſt contraire au mouvement.

§. 121.

Pour faire ces operations, conſidérons une des ſusdites caſes quelconques P Q pq, comme décrite ſur le plan de la ſection M N; & poſant l'intervalle entre cette ſection & la ſuivante $mn = k$, élevons ſur ce plan les perpendiculaires P π & Q $\varrho = k$, & les points π & ϱ ſe trouveront dans la ſurface de la proüe, auſſi bien que les points P & Q; & partant la figure quadrilaterale P π ϱ Q repréſentera une portion de la ſurface de la

proüe, qui eſt la même que nous concevons répondre à la petite aire P p Q q dans la figure précedente. Mais ici les perpendiculaires P π & Q ϱ étant paralleles au grand axe de la carine, & par conſéquent à la direction du mouvement, tout revient à déterminer l'angle, dont ces lignes ſeront inclinées à la ſurface P p q Q. Or il eſt clair, que ſi les angles P p q & Q q p étoient droits, les angles P π p & Q ϱ q méſureroient juſtement cette inclinaiſon: donc puisque nous ſuppoſons ces angles à peu près droits, l'aberration ne ſera pas ſenſible. Cependant puiſqu'il faut multiplier par le quarré du ſinus de l'inclinaiſon, en cas que les deux angles P π p & Q ϱ q ne fuſſent pas exactement égaux, qu'on multiplie par le produit des ſinus des ces deux angles, qui étant $\frac{P\,p}{P\,\pi}$ & $\frac{Q\,q}{Q\,\varrho}$, nous aurons pour la caſe P Q p q ce produit $\frac{PQ.p\,q.P\,p.Q\,q}{P\,\pi.Q\,\varrho}$. & de cette maniere ayant trouvé tous les autres ſemblables produits, on procédera,

cédera, comme nous venons de l'enſeigner dans l'article précedent.

§. 22.

Si l'on vouloit être plus ſcrupuleux dans ce calcul, puisqu'il pourroit bien arriver, que les quatre points P, Q, π, ϱ ne fuſſent pas dans le même plan; on pourroit y tirer une diagonale P ϱ ou Q π, pour avoir deux triangles dont chacun ſeroit un plan, dont l'on détermineroit aiſément les inclinaiſons. Mais puisque dans des ſemblables cas il ſeroit presque impoſſible de décider, à laquelle des deux diagonales P ϱ & Q π il faudroit donner la préférence, on ne ſauroit ſe flatter d'approcher plus de la vérité, qu'en ſe ſervant de notre regle. D'ailleurs toutes ces précautions n'aboutiroient qu'à des minuties, aux quelles on ne ſauroit faire attention dans la pratique; & on peut toujours être très content d'avoir trouvé par exemple, qu'une proüe propoſée ſouffrira une

réſiſtance dix fois plus petite que ſa plus large coupe, quand même ce rapport ſeroit en éffet comme $1 : 9\frac{1}{2}$, ou bien comme $1 : 10\frac{1}{2}$.

§. 23.

Mais ce qui contribuera le plus, à nous épargner cette recherche trop épineuſe; c'eſt qu'il faut avoüer franchement, que la théorie de la réſiſtance, que nous avons expoſée ici, eſt encore très défectueuſe & qu'on ne ſauroit compter qu'en gros ſur les réſultats, qu'on en tire. Pour le premier défaut, nous l'avons déja ſait ſentir cy-deſſus, en rapportant que les ſimples preſſions, qu'une carine ſoutient en ſe mouvant dans l'eau, ſe détruiſent mutuellement, comme il arrive dans l'état de repos; mais on s'aſſurera aiſément, que cela ne ſauroit plus arriver, lorsque le vaiſſeau ſe trouve en mouvement; car puisque l'eau derrière le vaiſſeau le doit ſuivre & atteindre avant qu'il y puiſſe exercer ſa preſſion, il

il eſt déja aſſés évident, que la preſſion de l'eau ſur la pouppe d'un vaiſſeau, lorsqu'il eſt en mouvement, n'eſt pas ſi forte que s'il étoit en repos; pendant que la preſſion ſur la proüe doit être à peu près la même dans l'une & l'autre cas. D'où il s'enſuit évidemment, que puisque la preſſion ſur la proüe n'eſt plus conterbalancée par la pouppe, l'éffet de la réſiſtance en doit acquerir quelque accroiſſement, qui ſera d'autant plus conſidérable, que le mouvement du vaiſſeau eſt plus rapide; & pour peu qu'on y réflechiſſe, on comprendra aiſement, que cet accroiſſement dépend auſſi principalement de la figure de la pouppe, qu'on a jusqu' ici entièrement négligée dans la recherche de la réſiſtance.

§. 24.

A cauſe de cette circonſtance on reconnoîtra bien, que malgré toutes les peines qu'on voudroit ſe donner, pour déterminer par cette méthode la vraïe

réſiſtance d'un vaiſſeau, on risqueroit toujours de s'écarter conſidérablement de la verité. Donc pour nous épargner tous ces calculs extrêmement ennuyans il vaudra ſans doute mieux, de chercher une formule aſſes ſimple, au moyen de laquelle on puiſſe dans chaque cas déterminer à peu près la réſiſtance d'un vaiſſeau. Pour cet éfſet poſant la reſiſtance de la coupe la plus large de la carine comme cy-deſſus $= R$, ſoit la demi-longueur de la carine, ou bien la diſtance de la proüe à cette coupe $AF = a$, & la demi-largeur $FM = b$, à la quelle eſt à peu près égale la profondeur. Maintenant ſi la proüe étoit un parallelepippede, la réſiſtance ſeroit $= R$, mais ſi elle étoit un cône ou pyramide terminée en A, la réſiſtance ſeroit comme cy-deſſus

Tab. I. Fig. 7.

$$R. \frac{FM^2}{AM^2} = \frac{bb}{aa + bb} . R.$$

Or il eſt clair, que toutes les figures des carines, qui ſont en uſage, tiennent un certain milieu entre ces deux cas extrê-

extrêmes, de sorte que posant la résistance actuelle d'une telle proüe $= n.R$, la lettre n marquera une fraction moyenne entre l'unité 1, & la fraction $\frac{bb}{aa+bb}$. Il s'agit donc d'assigner ce juste milieu; or ayant consulté là dessus quelques expériences faites sur des vaisseaux de ligne, il paroît qu'on approchera assés près de la verité, en prennant pour n le milieu harmonique entre 1 & $\frac{bb}{aa+bb}$, qui est $= \frac{2bb}{2aa+2bb}$, & il semble qu'on pourra se servir presque toujours de cette formule, à moins que la figure de la proüe ne s'écarte très sensiblement de la figure ordinaire des vaisseaux de ligne. Or même dans ce cas il ne sera pas difficile d'estimer, au quel des nos deux limites il faudra approcher la valeur de la résistance.

§. 25.

Etablissant donc cette formule $\frac{2bb}{aa+2bb}.R$, pour marquer la résistance des vaisseaux, on voit, qu'elle dépend uniquement du rapport entre la longueur de la carine, & sa largeur, dont

les lettres *a* & *b* désignent les moitiés, pendant que la lettre R est toujours la résistance de la section la plus large de la carine, si elle se mouvoit directement dans l'eau. Il sera donc fort à propos d'ajouter ici une petite table, qui marque pour chaque rapport proposé entre la longueur & la largeur d'une carine, la valeur de la formule $\frac{2bb}{aa+2bb}$. R, ou bien la véritable valeur de la résistance.

Rapport *a* : *b*	Résistance.
2 : 1	$\frac{1}{3}$. R.
$2\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{33}$. R ou à peu près $\frac{1}{4}$. R.
3 : 1	$\frac{2}{11}$. R.
$3\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{37}$. R ou à peu près $\frac{1}{5}$. R.
4 : 1	$\frac{1}{9}$. R.
$4\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{89}$. R ou à peu près $\frac{1}{11}$. R.
5 : 1	$\frac{2}{27}$. R.
$5\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{155}$. R ou à peu près $\frac{1}{19}$. R.
6 : 1	$\frac{1}{15}$. R.
$6\frac{1}{2}$: 1	$\frac{8}{177}$. R ou à peu près $\frac{1}{25}$. R.
7 : 1	$\frac{2}{51}$. R.

CHA-

CHAPITRE IV.

Sur la réſiſtance des vaiſſeaux dans la courſe oblique, & de la dérive en général.

§. 26.

Quand les vaiſſeaux ſont pouſſés par le vent, il eſt ſouvent impoſſible de ſuivre une courſe directe, & ils ſont obligés de ſiller ſuivant une direction plus ou moins différente de celle de leur grand axe : & alors l'angle que fait la route du vaiſſeau avec ſon grand axe, eſt nommé la dérive. Nous n'entrerons pas encore ici dans la diſcuſſion des circonſtances, qui obligent de tenir une route oblique, & nous ſuppoſerons d'abord, qu'un vaiſſeau ſe meuve actuellement ſelon une telle route oblique avec une certaine viteſſe, dans lequel cas nous tâcherons de déterminer la réſi-

réſiſtance, que le vaiſſeau ſouffrira dans l'eau. Or il eſt d'abord clair, que dans ce cas la moyenne direction de tous les efforts, que l'eau exerce ſur la ſurface de la carine, ne tombera plus dans le plan diamétral du vaiſſeau; mais qu'elle en ſera éloignée plus ou moins vers l'un ou l'autre coté, outre qu'elle ne ſera pas auſſi toujours horizontale, mais inclinée à l'horizon. Souvent même il n'eſt pas poſſible de reduire toutes les preſſions élémentaires à une ſeule force, qui agiſſe ſelon une certaine direction; mais il eſt toujours poſſible de les reduire à trois forces, dont les directions ſont paralleles aux trois axes principaux du vaiſſeau, qui ſont 1°. l'axe horizontal tiré ſelon la longueur du vaiſſeau 2°. l'axe horizontal ſelon la largeur du vaiſſeau & 3°. l'axe vertical, qui tous trois ſe croiſent dans le centre de gravité du vaiſſeau.

§. 27.

§. 27.

Mais comme la considération de ces trois forces en général seroit abstraite & ne nous fourniroit aucune connoissance lumineuse, nous commencerons nos recherches sur ce sujet par un cas très simple & qui ne sauroit avoir lieu dans la pratique, mais qui ne laissera pas de nous fournir des idées assés claires & justes sur la nature du sujet, que nous avons à traiter. Nous donnerons à la carine la figure d'un parallelepippede rectangle représenté dans la 10me. figure, où A B marque le grand axe de la carine, C D son petit axe, & F E le vertical, qui donne en même tems la profondeur de la carine, de sorte que toutes les sections perpendiculaires à chacune des ces trois axes seront des parallelogrammes rectangles, & puisque les faces, qui heurtent contre l'eau, sont verticales, tous les efforts de la résistance agiront selon des directions horizontales, & il n'en résultera aucune, qui Tab. II. Fig. 10.

qui ſoit verticale. Outre cela puisque la direction du mouvement eſt toujours horizontale, quelque angle qu'elle faſſe avec le grand axe A B, toutes les ſections horizontales de cette carine ſouffriront les mêmes forces de la part de l'eau; ce qui nous fournit la commodité de ne conſidérer que la ſeule ſection faite à fleur d'eau A C B D, de ſorte que nous n'aurons dans toutes les courſes obliques, qu'à conſidérer les deux cotés de ce parallelogramme, qui ſont frappés par l'eau. Or ayant trouvé les éfforts, que l'un & l'autre de ces deux cotés ſoutiennent, nous n'avons qu'à les multiplier par la profondeur de la carine F E, pour avoir la réſiſtance entiere, dont cette carine ſera pouſſée par l'eau.

§. 28.

Soit donc le parallelogramme rectangle A C B D la ſection horizontale du vaiſſeau faite à fleur d'eau, la ligne A B ſon grand axe, C D ſon petit

Tab. II. Fig. 11.

Digitized by Google

petit axe, & nommons pour abréger le demi-grand axe $A F = a$, & le demi-petit axe $C F = b$. Que ce vaiſſeau coure ſelon la direction oblique F X, qui fait avec le grand axe A B l'angle A F X, qui eſt celui qu'on nomme la dérive du vaiſſeau, qui ſoit nommé $= \Phi$; & il eſt clair que la face $a A a = 2 b$ ſera frappée de l'eau ſous l'angle $A x F$ ou $a x X = 90° - \Phi$, dont le ſinus eſt $=$ cof. Φ : d'où la force de l'eau ſera repréſentée par $2 b$. cof. Φ^2. (car en effet il faudroit multiplier cette formule par la profondeur de la carine & outre cela encore par $\frac{cc}{4g}$: la lettre c marquant la viteſſe du vaiſſeau dans la direction F X, & par tout dans la ſuite il faut ſousentendre cette double multiplication) De la même maniere tirant la droite $C c$ parallele à F X, on voit que la face $a C b = 2 a$ ſera frappée de l'eau ſous l'angle $a C c = \Phi$, d'où la force ſera $= 2 a$. ſin. Φ^2. L'une & l'autre de ces forces agit perpendiculaire-

lairement sur la face qui en est frappée, & passe par le milieu de l'une & de l'autre. Donc la premiere des ces forces $2b.\cos.\Phi^2$ poussera selon la direction AF, que nous représenterons par la ligne Fr, tout comme si elle étoit appliquée au centre F: pareillement la ligne F$s = 2a.\sin.\Phi^2$ représente la force dont la face aCb est frappée; en achevant donc le petit rectangle F$r\,y\,s$, la diagonale Fy représentera la force de la résistance, que le vaisseau souffre dans ce mouvement. Cette force entiere sera donc

$$y = V(4bb\cos.\Phi^4 + 4aa\sin.\Phi^4)$$

& l'obliquité de cette force par rapport au grand axe AB sera l'angle BFy, dont la tangente est $\frac{ry}{Fr} = \frac{a.\sin.\Phi^2}{b.\cos.\Phi^2}$.

§. 29.

Ayant trouvé cette force il est évident que pour maintenir le vaisseau dans le mouvement, que nous lui supposons selon la direction FX, il faut le

le pouſſer par une force directement contraire à celle de la réſiſtance. Continuons donc la diagonale y F vers Y, & cette ligne F Y donne la direction de la force, dont le vaiſſeau doit être pouſſé pour qu'il ſuive la route propoſée F X. Or nous venons de voir, que la tangente de l'angle A F Y eſt $= \frac{a.\mathit{ſin}.\Phi^2}{b.\mathit{co}.\Phi^2}$, d'où nous connoiſſons déja le rapport entre l'obliquité de la route F X & de la force pouſſante F Y, qui eſt indépendante de la viteſſe même c du vaiſſeau. Mais pour avoir la force même, qui eſt requiſe pour conſerver le vaiſſeau dans ce mouvement, on n'a qu'à multiplier la formule trouvée $\sqrt{4\,a\,a.\,\mathit{ſin}.\,\Phi^4 + 4\,b\,b.\,\mathit{cof}.\,\Phi^4}$ tant par la profondeur de la carine que par $\frac{c\,c}{4\,g}$; où l'on doit ſe ſouvenir que c marque l'eſpace, que le vaiſſeau parcourt dans une ſeconde, & que g eſt la hauteur d'où la gravité fait tomber les corps dans une ſeconde, de ſorte que cette hauteur g peut être eſtimée de

16 pieds de Londres. Outre cela on ne doit pas oublier, que nous exprimons cette force par le poids d'une masse d'eau, dont le volume est égal à la formule que nous lui assignons.

§. 30.

Ce qui mérite ici le plus notre attention, c'est le rapport, qui se trouve entre les deux angles A F X & A F Y, ou bien entre l'obliquité de la course ou la dérive, que nous nommons ici $= \Phi$, & l'obliquité de la force poussante, que nous nommerons A F Y $= \psi$, de sorte que Tang. $\psi = \frac{a \sin. \Phi^2}{b \cos. \Phi^2}$, ou bien $\frac{a}{b}$. Tang. Φ^2 = Tang. ψ. D'où sachant le rapport des lettres *a* & *b*, il est aisé de trouver tant pour tous les angles Φ, les angles ψ qui leur répondent; que réciproquement pour tous les angles ψ, les angles Φ qui leur conviennent. Ayant pour ce dernier cas Tang. $\Phi = \sqrt{(\frac{b}{a}}$. Tang. $\psi)$, puisque la quantité *a* est ordinaire-

ment

ment beaucoup plus grande que b, l'obliquité de la force pouſſante AFY ſurpaſſe pour la pluſpart aſſés conſidérablement la dérive ou l'angle AFX. Cependant il eſt clair de notre formule, que ces deux obliquités deviennent égales entr' elles dans le cas, où l'on prend Tang. $\Phi = \frac{b}{a}$; car alors on aura auſſi Tang. $\psi = \frac{b}{a}$; d'où il eſt évident, qui ſi la dérive étoit encore moindre, l'autre obliquité ψ deviendroit encore plus petite; mais auſſitôt qu'on a Tang. $\Phi > \frac{b}{a}$, il deviendra auſſi $\psi > \Phi$. Pour rendre cela encore plus clair, qu'on ſe repréſente un angle α, tel que Tang. $\alpha = \frac{b}{a}$, & on aura Tang. $\Phi^2 =$ Tang. α. Tang. ψ, ou bien les trois angles, α, Φ & ψ, ont toujours entr'eux une telle relation, que leurs tangentes ſont en proportion géometrique, ou bien Tang. Φ eſt la moyenne proportionelle entre Tang. α & Tang. ψ.

§. 31.

Ayant déja remarqué, que les deux obliquités Φ & ψ deviennent égales entr'elles au cas $\Phi = \alpha$, d'où réſulte auſſi $\psi = \alpha$; il eſt évident, qu'une telle égalité doit auſſi avoir lieu, tant ſi $\Phi = 0$, que ſi $\Phi = 90$. Car dans le premier de ces cas la courſe du vaiſſeau ſeroit directe & dans l'autre le vaiſſeau ſe mouvroit ſelon la direction du petite axe F C, qu'on poura auſſi régarder comme directe. Puisque donc dans ces trois cas 1°. $\Phi = 0$, 2°. $\Phi = \alpha$ & 3°. $\Phi = 90°$, on aura $\psi = \Phi$, & que dans tous les autres cas ces deux angles Φ & ψ ſeront différens entr' eux, on demandera ſans doute, dans quel cas la différence de ces deux angles deviendra la plus grande, ou bien quand l'angle X F Y ſera le plus grand? Or faiſant cette recherche ſelon les regles de l'analyſe, on trouve que ce cas arrivera là, où le ſinus du double angle 2ψ eſt égal à la moitié du ſinus du

du double angle 2 Φ, ou bien ſi ſin. 2 ψ $=\frac{1}{2}$ ſin. 2 Φ. Mais le développement de cette queſtion dépend de la réſolution d'une équation du quatrième dégré, qui eſt Tang. $\Phi^4 - 2$ Tang. α. Tang. $\Phi^3 - 2$ Tang. α. Tang. $\Phi +$ Tang. $\alpha^2 = 0$, dont on ne ſçauroit aſſigner les racines que par approximation; de ſorte que la réſolution de cette queſtion qui paroiſſoit d'abord aſſés facile, exige pour chaque valeur de α des calculs aſſés embaraſſans.

§. 32.

Mais comme tout ce que nous venons de rapporter eſt tiré d'un cas, qui ne ſçauroit avoir lieu dans la pratique, on ſera peut être faché, que nous nous y arretons ſi longtemps. Cependant nous ferons voir bientôt, que la conſidération de ce cas nous peut conduire à des concluſions aſſés générales & appliquables prèsque à tous les vaiſſeaux: nous n'avons qu'à lier avec les lettres a & b, qui marquent les deux

demi-axes de notre figure, des autres notions qui leur peuvent également convenir. Car ſi notre figure courroit directement ſelon le grand axe B A, la réſiſtance ſeroit $= 2b$; or ſi la même figure courroit ſelon ſon petite axe, la réſiſtance deviendroit $= 2a$: d'où l'on peut conclure, que nos formules deviendront appliquables à tous les vaiſſeaux, pourvû qu'au lieu de $2b$ on mette la réſiſtance, qu'un vaiſſeau ſouffriroit dans ſa courſe directe, que nous nommerons ici $= P$, & au lieu de $2a$ celle, que le même vaiſſeau ſouffriroit, s'il courroit avec la même viteſſe ſelon la direction de ſon petit axe, & la quelle réſiſtance nous indiquerons par la lettre Q. Ainſi pour un vaiſſeau quelconque on n'a qu'à écrire au lieu des lettres $2b$ & $2a$, les réſiſtances P & Q; & notre rapport trouvé entre les deux obliquités Φ & ψ, aura encore lieu, de ſorte que $\text{Tang. } \psi = \frac{Q}{P}. \text{Tang } \Phi^2$. Pour peu qu'on y veuille réflechir, on reconnoîtra aiſément,

ment, que les lettres *a* & *b* ne ſont entrées dans nos formules de cy-deſſus, qu'entant qu'elles exprimoient les deux réſiſtances dont nous venons de parler. Par conſequent auſſi la force même ſelon la direction F Y requiſe pour maintenir le vaiſſeau dans ſa route F X, ſera $= V (P^2 \text{ ſin. } \Phi' + Q^2 . \text{ cof. } \Phi')$, & ces formules ne ſauroient prèsque jamais s'écarter de la verité: au moins ne s'en écarteront-elles pas conſidérablement. Cette conſidération nous fournit le ſujet du chapitre ſuivant.

CHAPITRE V.

Sur le rapport entre les obliquités de la route d'un vaiſſeau & de la force pouſſante.

§. 33.

Après ces recherches ſur le rapport des deux angles Φ & ψ, conſidérons un vaiſſeau quelconque, dont les trois axes principaux de la carine ſoient le grand axe $AB = a$, le petit axe $CD = b$, & la profondeur $FE = e$; & voyons comment le rapport dont il s'agit ici pourra être exprimé uniquement par ces trois dimenſions de la carine a, b & e. Déterminons d'abord par les principes établis cy-deſſus la réſiſtance, que ce vaiſſeau éprouveroit dans ſa courſe directe ſelon ſa longueur BA. Pour cet effet, il faut avoir égard à ſa plus grande

Tab. III. Fig. 12.

grande ſection transverſale C E D, dont la baſe étant C D = b, & la hauteur F E = e, ſon aire ſera contenue entre les limites be & $\frac{1}{2}be$, que nous ſuppoſerons par conſéquent = $\frac{3}{4}be$. Or on verra bientôt, qu'une petite erreur dans ce milieu ne ſera presque d'aucune conſéquence. Maintenant cette même aire $\frac{3}{4}be$ exprimera la réſiſtance, qu'elle ſouffriroit directement dans l'eau, où il faut toujours ſousentendre la multiplication par $\frac{cc}{4g}$: ce ſera donc la valeur de la lettre R, que nous avons employé dans le troiſième chapitre, pour déterminer la réſiſtance dans la courſe directe. De là puiſque la raiſon $a:b$ eſt la même, que nous avons indiquée par les mêmes lettres, la réſiſtance que ce vaiſſeau ſouffrira dans ſa courſe directe ſera = $\frac{2bb}{aa+2bb}.\frac{3}{4}be$: c'eſt donc la même quantité, que nous venons d'indiquer par la lettre P ſur la fin du chapitre précedent, de ſorte que P = $\frac{2bb}{aa+2bb}.\frac{3}{4}be$.

§. 34.

Concevons à préſent que le même vaiſſeau coure avec la même viteſſe c ſelon la direction de ſon petit axe D C, & l'on comprend d'abord, qu'il éprouvera une énorme réſiſtance. Or pour la trouver nous n'avons qu'à conſidérer la ſection diamétrale de la carine AEB, comme ſi elle choquoit directement contre l'eau. Maintenant l'aire de cette ſection étant également compriſe entre les limites ae & $\frac{1}{2}ae$, nous la ſuppoſerons $= \frac{3}{4}ae$, qui nous exprimera de la même maniere la réſiſtance de cette ſection; & il eſt aiſé de voir, que la courbure du vaiſſeau ne diminuera pas ſenſiblement cette réſiſtance; car en éffet, ſi nous conſidérons ici b comme le grand axe & a comme le petit, notre regle nous donnera dans ce cas la réſiſtance $= \frac{2aa}{2aa+bb} \cdot \frac{3}{4}ae$, ce qui eſt préciſément la réſiſtance que nous avions marqué cy-deſſus par la lettre Q. D'où nous tirons la fraction $\frac{Q}{P} = \frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{(aa+2bb)}{(2aa+bb)}$, de ſorte que tant la pro-

profondeur e, que le coëfficient $\frac{1}{4}$, eſt ſorti du calcul. Donc ſi a eſt pluſieurs fois plus grand que b, & à plus forte raiſon $a\,a$ plus grand que $b\,b$, cette fraction ſe reduit très à peu près à $\frac{a^3}{2\,b^3}$, & comme nous ne ſçaurions prétendre à un plus haut dégré de préciſion, nous nous pourrons hardiment ſervir de cette dernière formule.

§. 35.

Maintenant il ſera très facile de remplir l'objèt, que nous avons ici en vue: car ſuppoſons que notre vaiſſeau coure obliquement ſelon la direction F X, & que pour le maintenir dans cette courſe il le faille pouſſer ſuivant la direction F Y; en nomment l'angle de la première obliquité F X ou bien la dérive du vaiſſeau $A\,F\,X = \Phi$, & l'obliquité de la force pouſſante F Y ou l'angle $A\,F\,Y = \psi$, nous aurons pour connoître le rapport entre ces deux angles cette égalité

$$\text{Tang. } \psi = \frac{a^3}{2\,b^3}\,\text{Tang. } \Phi^2,$$

d'où l'on tirera aiſément l'angle ψ, l'au-

l'autre Φ étant donné. Mais ſi l'angle ψ étoit donné, pour l'autre Φ on auroit à réſoudre cette égalité

$$\text{Tang. } \Phi = \sqrt{\tfrac{2b^3}{a^3}} \cdot \text{Tang. } \psi.$$

Il ne ſera pas même difficile de calculer des tables pour chaque eſpece des vaiſſeaux, & un petit nombre de telles tables pourra ſuffire, puisque presque dans tous les vaiſſeaux le rapport entre leur longueur a & leur largeur b eſt compris entre les limites $3:1$ & $6:1$, de ſorte que les cas ſuivans de la raiſon $a:b$ ſavoir $3:1$; $3\frac{1}{2}:1$; $4:1$; $4\frac{1}{2}:1$; $5:1$; $5\frac{1}{2}:1$; $6:1$ fourniront déja tous les éclairciſſemens, qu'on puiſſe ſouhaiter. Enſuite comme la dérive Φ ne ſçauroit jamais monter au delà de 20 ou 30 dégrés, & qu'il ſuffira de calculer ces tables de cinq à cinq dégrés, elles pourront être réduites à une aſſés petit nombre de termes.

Digitized by Google

Tab. III. Fig. 12.

Ire. Espece où A B = 3 C D.		II^de. Espece où A B = 3 1/2 C D.	
A F X	A F Y	A F X	A F Y
5°	5° 54′	5°	9° 19′
10	22 46	10	33 41
15	44 16	15	56 59
20	60 47	20	70 36
25	71 11	25	77 54
30	77 28	30	82 2
35	81 24	35	84 34

IIIme. Espece où A B = 4 C D.		IVme. Espece où A B = 4 1/2 C D.	
A F X	A F Y	A F X	A F Y
5°	13° 46′	5°	19° 14′
10	44 51	10	54 47
15	66 29	15	78 1
20	76 44	20	80 36
25	81 49	25	84 14
30	84 39	30	86 14
35	86 21	35	87 27

Vme.

Vme. Eſpece où A B = 5 C D.

A F X	A F Y
5°	25° 34′
10	62 46
15	77 26
20	83 7
25	85 47
30	87 15
35	88 8

VIme. Eſpece où A B = 5½ C D.

A F X	A F Y
5°	32° 29′
10	68 51
15	80 30
20	84 49
25	86 50
30	87 56
35	88 36

VIIme. Eſpece où A B = 6 C D.

A F X	A F Y
5°	39° 35′
10	73 25
15	82 39
20	86 1
25	87 34
30	88 25
35	88 55

§. 36.

Digitized by Google

§. 36.

Quoique ces tables ſoient proprement deſtinées, à en tirer l'obliquité de la force pouſſante A F Y pour chaque eſpece des vaiſſeaux, la dérive ou l'angle A F X étant donné; on s'en peut auſſi réciproquement ſervir pour trouver la dérive A F X, l'obliquité A F Y étant donnée. Comme ſi pour la cinquième eſpece, où A B = 5. C D, l'obliquité de la force pouſſante étoit A F Y = 62°, on voit que la dérive ou l'angle A F X ſeroit alors très à peu près = 10°. Mais puisque les angles A F Y ſautent par des trop grands intervalles, il ſeroit difficile d'y appliquer une juſte interpolation; donc puisque dans la pratique cette queſtion ſe rencontre le plus ſouvant, il ſera néceſſaire de calculer encore une table qui nous montre pour chaque eſpece des vaiſſeaux & pour chaque angle A F Y, la vraie valeur de la dérive A F X. Pour cet effet il ſuffira de faire croître les angles

AFY

A F Y de dix à dix dégrés jusqu'à 60°, & delà jusqu'à 80° de cinq à cinq dégrés ; enfin de 80° jusqu'à 85° par dégrés, & il ſeroit inutile de monter au delà de 85°. Pour calculer cette table il faudra ſe ſervir de cette formule

$$\text{tang. } \Phi = \nu . \left(\frac{2b^3}{a^2} . \text{ tang. } \psi\right)$$

de ſorte que

$$\log. \text{ tang. } \Phi = \tfrac{1}{3} . \log. \text{ tang. } \psi - \tfrac{1}{3} . \log. \frac{a^3}{2b^3}.$$

Nous donnerons donc à cette table la forme ſuivante :

Table

Table pour connoître la dérive des vaiſſeaux de chaque éſpece, l'obliquité de la force pouſſante A F Y étant donnée.

L'ang. AFY	Longueur du vaiſſeau A B. 3. C D	3½. C D	4. C D	4½. C D
10°	6° 31′	5° 11′	4° 14′	3° 33′
20	9 19	7 25	6 5	5 7
30	11 41	9 19	7 39	6 25
40	14 1	11 11	9 12	7 44
50	16 38	13 16	10 55	9 11
60	19 43	15 52	13 6	11 3
65	21 43	17 31	14 29	12 15
70	24 17	19 42	16 20	13 48
75	27 44	22 39	18 51	15 56
80	32 57	27 13	22 50	19 26
81	34 22	28 29	23 57	20 25
82	35 59	29 57	25 15	21 34
83	37 49	31 38	26 45	22 54
84	40 1	33 40	28 37	24 33
85	42 37	36 9	30 52	26 36

Table pour connoître la dérive des vaiſſeaux de chaque éſpece, l'obliquité de la force pouſſante A F Y étant donnée.

L'angle.	Longueur du vaiſſeau A B.		
A F Y	5. C D	5½. C D	6. C D.
10°	3° 2′	2° 38′	2° 19′
20	4 22	3 47	3 19
30	5 29	4 45	4 11
40	6 37	5 44	5 3
50	7 52	6 49	5 59
60	9 27	8 13	7 13
65	10 31	9 7	8 1
70	11 50	10 18	9 4
75	13 44	11 57	10 32
80	16 46	14 38	12 55
81	17 38	15 24	13 36
82	18 39	16 18	14 24
83	19 50	17 22	15 21
84	21 19	18 41	16 32
85	23 9	20 20	18 1

§. 37.

§. 37.

Maintenant à l'aide de cette table il ſera aiſé de réſoudre la queſtion, dont nous avons parlé cy-deſſus, où il s'agiſſoit d'aſſigner pour chaque éſpece de vaiſſeaux les deux obliquités ou angles A F X & A F Y, enſorte que leur difference, ou l'angle X F Y devient le plus grand. Or la réſolution de ce problème eſt de la derniere importance dans l'art du pilote, pour bien ſavoir profiter de tous les vents, comme nous le montrerons plus en détail dans la partie ſuivante. En attendant nous rapporterons ici pour chaque éſpece de vaiſſeaux les deux angles A F X & A F Y, dont la difference eſt la plus grande, comme on le verra par la petite table cy-jointe.

Eſpece de vaiſſeaux.	L'angle AFX	L'angle AFY	Leur diffét. XFY
AB=3 CD	29° 30′	76° 53′	47° 23′
AB=3½CD	26 4	78 56	52 52
AB=4 CD	23 45	80 6	56 21
AB=4½CD	20 0	80 36	60 36
AB=5 CD	18 27	81 53	63 26
AB=5½CD	16 18	82 6	65 48
AB=6 CD	15 4	82 50	67 46

§. 38.

Jusqu'ici nous n'avons fait attention qu'à la direction de la force pouſſante: or les principes d'où nous l'avons tirée, fourniſſent auſſi la force même, qui eſt requiſe pour imprimer au vaiſſeau la viteſſe donnée *c*. Car nous avons trouvé cy-deſſus au §. 32me. cette formule

$$V(P^2.\cos.\Phi^4 + Q^2.\sin.\Phi^4)$$

où il eſt bon de remarquer, que nous avions là cette égalité

Tang. $\psi = \frac{Q}{P}$. Tang. Φ^2, d'où nous tirons

$$P = \frac{Q\,tang.\Phi^2}{tang.\psi} \;\&\; P\cos.\Phi^2 = \frac{Q\,sin.\Phi^2}{tang.\psi}:$$

de

de sorte que pour la force résulte cette formule $\frac{Q \sin.\Phi^2}{\sin.\Psi}$. Or nous avions trouvé au §. 34me. $Q = \frac{3}{4} a e. \frac{2aa}{2aa+bb}$, donc puisque l'on doit encore multiplier cette formule par $\frac{cc}{4g}$, la vraie force poussante pour notre cas sera

$$\frac{cc}{4g} \cdot \frac{3}{4} a e. \frac{2aa}{2aa+bb} \cdot \frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\Psi}.$$

Ou parceque l'on peut sans conséquence négliger bb vis à vis de $2aa$, la force cherchée sera simplement

$$\frac{cc}{4g} \cdot \frac{3}{4} a e. \frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\Psi},$$

exprimée par un pareil volume d'eau. De là donc réciproquement, si la force poussante étoit donnée $= F$, on en détermineroit aisément la viteſſe, que le vaisseau recevra, à l'aide de cette égalité $\frac{cc}{4g} = \frac{4F}{3ae} \cdot \frac{\sin.\Psi}{\sin.\Phi^2}$, & de cette façon nous venons de tenir aussi compte de la grandeur de la force poussante. Or pour ce qui regarde le lieu de l'application de cette force, nous en entreprendrons la recherche dans le chapitre suivant.

§. 39.

Mais avant de finir ce chapitre, nous remarquerons encore un paradoxe bien ſingulier ſur la formule

$$\sqrt{P^2 \text{ cof. } \Phi^4 + Q^2 \text{ ſin. } \Phi^4}$$

qui nous exprime la force de la réſiſtance, & qui devient $= P$ lorsque $\Phi = 0$, & qui eſt $= Q$, ſi $\Phi = 90°$. Le premier des ces cas a lieu, quand le vaiſſeau court dans la direction du grand axe B A, & l'autre quand il marche ſuivant le petit axe C D; d'où il ſemble que puisque Q eſt pluſieurs fois plus grand que P, la plus petite réſiſtance devroit avoir lieu dans la courſe directe, où la dérive Φ évanouït. Mais il eſt certain, que la réſiſtance deviendra encore plus petite pour une certaine dérive, qui ſe trouve en prenant tang. $\Phi = \frac{P}{Q}$ & qui ſera par conſéquent très petite. Car puisqu'on aura alors ſin. $\Phi = \frac{P}{\sqrt{PP+QQ}}$ & cof. $\Phi = \frac{Q}{\sqrt{PP+QQ}}$, il en réſulte

PP

$P\,P\,\text{col.}\,\Phi^4 = \frac{PPQ^4}{(PP+QQ)^2}$ &

$Q\,Q\,\text{fin.}\,\Phi^4 = \frac{QQP^4}{(PP+QQ)^2}$: donc

$PP\,\text{col.}\,\Phi^4 + QQ\,\text{fin.}\,\Phi^4 = \frac{PPQ^4+QQP^4}{(PP+QQ)^2} = \frac{PPQQ}{PP+QQ}$,

dont la racine quarrée donne la réſiſtance $= \frac{PQ}{\sqrt{PP+QQ}}$, qui eſt plus petite que P, parceque $\frac{Q}{\sqrt{PP+QQ}}$ eſt plus petit que 1. Voilà donc ce grand paradoxe: en donnant au vaiſſeau une petite dérive Φ, telle que $\text{tang.}\,\Phi = \frac{P}{Q}$, la réſiſtance ſe trouve encore plus petite que dans la courſe directe. Or c'eſt préciſément le cas, que nous avons déjà remarqué cy-deſſus, où l'angle X F Y évanouït, de ſorte que la réſiſtance eſt ici directement contraire à la direction du mouvement F X.

CHAPITRE VI.

Sur le lieu de l'application de la force pouſſante.

§. 40.

De la maniere que nous avons commencé cy-deſſus cette recherche, en conſidérant la carine comme un parallelogramme rectangle, la force de la réſiſtance s'eſt trouvée apliquée au centre même de la carine F; & quand nous avons enſuite généraliſé cette hypothéſe, les concluſions que nous en avons tirées, ne regardèrent que la quantité de la réſiſtance F *y* & ſon obliquité, ou l'angle *r* F *y* que la direction fait avec le grand axe du vaiſſeau A B; & l'on ſe tromperoit beaucoup ſi l'on vouloit étendre cette généraliſation jusqu'au lieu de l'application. Pour montrer cela clairement

Tab. II. Fig. 11.

ment, on n'a qu'à ſuppoſer à la carine la figure d'un rhombe A C B D, dont le grand axe ſoit A B & le petit C D, & qu'on le faſſe courir dans la direction F X, enſorte que la dérive A F X ſoit moindre que l'angle A B C. Car d'un coté nous avons vû, que les dérives ne deviennent jamais très conſidérables, & d'un autre coté il ſuffit pour notre deſſein de trouver le juſte lieu de l'application pour les petites dérives. Cela poſé il eſt clair, que le vaiſſeau ne ſera frappé de l'eau, que par les deux faces de devant A C & A D, & puisque ſur chacune l'obliquité d'incidence eſt partout la même, la moyenne direction de la force de l'eau paſſera par les points M & N, où ces deux cotés ſont diviſés en deux parties égales; & comme ces forces ſont perpendiculaires aux faces, qu'on y tire les perpendiculaires M Q & N Q, qui ſe couperont ſur le grand axe en Q, & partant la moyenne direction des ces deux forces, qui eſt Tab. III. Fig. 13.

celle de la réſiſtance même, paſſera indubitablement par ce même point Q.

§. 41.

Dans ce cas donc il n'y a aucun doute, que la direction de la force pouſſante Q Y ne paſſe par ce même point Q, ou bien que la force réquiſe pour maintenir le vaiſſeau dans ſon mouvement oblique, ne doive être appliquée au point Q, ou plustôt à un autre point élevé perpendiculairement au deſſus de Q: car ici nous nous bornons à chercher l'intervalle depuis le milieu du vaiſſeau F, où l'on doit appliquer cette force, ſans nous embaraſſer encore de ſa hauteur verticale, qui dépend des circonſtances particulières, que nous développerons dans la ſuite. Or pour déterminer le point Q, tirons au coté AC la perpendiculaire C K, & il eſt clair, que le point Q ſe trouvera au milieu de l'intervalle A K. Maintenant ayant cette proportion A F : F C : : F C : F K,

nous

nous aurons $FK = \frac{FC^2}{AF}$, & partant $AK = AF + \frac{FC^2}{AF}$, dont la moitié donne $AQ = \frac{1}{2}AF + \frac{CF^2}{2AF}$. De là on tire l'intervalle $FQ = \frac{1}{2}AF - \frac{CF^2}{2AF}$. C'eſt donc devant le centre de la carine F vers A en Q, que la force pouſſante doit être appliquée, & en introduiſant la longueur entiere $AB = a$ & la largeur entiere $CD = b$, nous aurons l'intervalle $FQ = \frac{1}{4}a - \frac{bb}{4a}$.

§. 42.

Comparons maintenant enſemble les deux figures, que nous avons données à la carine: la premiere d'un parallelogramme rectangle nous avoit fourni l'intervalle $FQ = o$, pendant que la préſente d'un rhombe nous donne cet intervalle $FQ = \frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$; d'où nous concluons, que puisque toutes les figures des carines ſont également éloignées de ces deux figures extrêmes, qu'on peut regarder comme des limites, pour tous les vaiſſeaux en géné-

général, l'intervalle F Q tiendra un certain milieu entre ces deux valeurs 0 & $\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a}$. Delà nous tirons cette conclusion, que nous ne nous tromperons guères beaucoup, en établissant généralement cet intervalle $FQ = \frac{a}{5} - \frac{bb}{8a}$. & quoiqu'il puisse arriver, qu'il devienne quelques fois tantôt un peu plus grand, tantôt un peu plus petit, cette difference sera presque toujours insensible, & pourra bien être négligée dans la pratique.

§. 43.

Ayant ainsi déterminé l'intervalle F Q, puisque c'est au dessus du point Q que la force poussante doit être appliquée dans les courses obliques du vaisseau, on voit déja bien, que c'est dans ce point Q, que le mât principal du vaisseau, ou bien celui qu'on pourroit regarder comme équivalent à tous les mâts pris ensemble, doit être établi; d'où la juste détermination de ce point doit être d'autant plus impor-

portante. Il eſt donc néceſſaire, que le mât principal ſoit plus proche de la proüe A que de la pouppe B, & les conſtructeurs ſont fort ſcrupuleux ſur le juſte lieu de ce point Q, ou ſur le rapport entre les diſtances A Q & B Q, qu'ils établiſſent presque généralement comme 2 à 3; ce qui s'accorde aſſés bien avec nos déterminations, car ayant

$$AQ = \frac{3}{8}a + \frac{bb}{8a} \text{ \& } BQ = \frac{5}{8}a - \frac{bb}{8a},$$

d'où le rapport entre A Q & B Q, devient $3 + \frac{bb}{aa} : 5 - \frac{bb}{aa}$, qui conviendroit avec celle de 2 : 3, s'il y avoit $\frac{bb}{aa} = \frac{1}{5}$. Mais il faut auſſi conſidérer, que notre ſuppoſition par laquelle nous avons aſſigné à l'intervalle F Q le milieu arithmétique ente les deux limites, pourroit bien s'écarter un peu de la vérité. Il paroît même probable que les figures réelles approchent un peu plus d'un rectangle que d'un rhombe, & ſi nous ſuppoſions $FQ = \frac{3}{8}(\frac{a}{4} - \frac{bb}{4a})$, nous trouverions

AQ

$$AQ = \tfrac{3}{5}a + \tfrac{bb}{10aa} \text{ \&}$$
$$BQ = \tfrac{3}{5}a - \tfrac{bb}{10aa}.$$

Donc en négligeant le très petit terme $\frac{1}{10} \cdot \frac{bb}{aa}$, le rapport ſera juſtement comme 2 : 3. Cependant cette belle harmonie ſuffit tant pour éclairer, que pour confirmer la méthode dont nous nous ſommes ſervis.

§. 44.

Voyons à préſent, ce qui arriveroit, ſi l'on manquoit d'appliquer la force pouſſante dans ſon juſte lieu ; & d'abord pour ce qui regarde le mouvement progreſſif d'un vaiſſeau, il eſt certain, que la réſiſtance produiroit toujours le même éffet, en quelque endroit que la force ſeroit appliquée ſous la même direction, & partant auſſi une force contraire en détruiroit l'éffet, en quelque lieu qu'elle fût appliquée, de ſorte qu'à l'égard du mouvement progreſſif le lieu de l'application eſt abſolument indifférent. Mais il n'en eſt pas de même

me de l'inclinaiſon du vaiſſeau qui dépend du moment de la force de la réſiſtance par rapport à quelque axe horizontal, tiré par le centre de gravité du vaiſſeau; & partant quoique la force contraire fût égale à la réſiſtance, il pourroit bien arriver que l'inclinaiſon cauſée par la réſiſtance, n'en fût pas détruite, où qu'il en nâquit même une nouvelle inclinaiſon. Or cela arrive ordinairement dans toutes les courſes obliques, & il ſemble presque impoſſible d'empecher que le vaiſſeau ne ſouffre alors une inclinaiſon très ſenſible, d'où l'on comprend aiſément, qu'un vaiſſeau incliné doit ſoufrir une autre réſiſtance, que celle que nous lui avons aſſigné, & il ſemble que pour la plus part la réſiſtance directe P en doit recevoir quelque augmentation, pendant que la laterale Q en eſt un peu diminuée, de ſorte que la fraction $\frac{P}{Q}$ dans la formule

$$\text{Tang. } \psi = \frac{P}{Q} \text{. Tang. } \Phi^{n}$$

ſera

ſera un peu augmentée. Cependant cette même formule & les tables que nous en avons dreſſées, peuvent neanmoins avoir lieu, pourvû qu'on diminue un peu le rapport de la longueur à la largeur du vaiſſeau. Ainſi ſi le vaiſſeau apartenoit par exemple à la quatrième éſpece, on n'auroit qu'à ſe ſervir des tables de la troiſième éſpece.

§. 45.

Mais ce qui eſt ici le principal objèt, c'eſt le moment de la réſiſtance par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau, tiré par ſon centre de gravité, ainſi dans la figure 13me, où la ligne Q*y* repréſente la force de la réſiſtance, & où l'axe vertical paſſe par le point F, le moment de cette force ſera Q*y*. Q F ſin. F Q*y*, dont le vaiſſeau ſera tourné autour de ce même axe vertical dans le ſens A*α*. Donc ſi la force pouſſante n'eſt pas tellement appliquée, que le moment qui en réſulte en ſens contraire, ne ſoit pas préciſément égal

à

à celui là, le vaiſſeau en recevra un mouvement de rotation autour de ſon axe vertical, qu'il eſt abſolument néceſſaire de détruire pour maintenir la courſe propoſée; car ſi la différence dans le lieu de l'application étoit aſſés conſidérable, le ſeul gouvernail ne ſeroit plus ſuffiſant de détruire cet effet. De là on comprend ſuffiſamment la néceſſité d'obſerver la regle, que nous venons de trouver pour le lieu de l'application de la force pouſſante; au moins à peu près, vû que l'effet qui réſulteroit d'une petite aberration pourroit aiſément être détruit par l'action du gouvernail, outre que les pilotes doivent toujours avoir quelques voiles à leurs diſpoſition pour ſuppléer à l'action du gouvernail.

§. 46.

Jusqu'ici nous avons conſidéré toutes ces forces comme appliquées à la ſurface de l'eau; or il eſt aiſé à comprendre, que la hauteur à la quel-

le on applique la force pouſſante, doit être principalement tiree en conſidération, lorſqu' il s'agit de l'inclinaiſon que le vaiſſeau ſouffrira tant de la réſiſtance, que de la force pouſſante, puisqu'il eſt évident, que plus le lieu de l'application eſt élevé, plus auſſi le vaiſſeau en ſera incliné; & comme dans la courſe oblique la direction de la force pouſſante F Y eſt presque perpendiculaire au grand axe du vaiſſeau A B, il en réſultera un moment très fort pour incliner le vaiſſeau autour de cet axe, dont l'effet ſera d'autant plus à craindre, plus la ſtabilité par rapport au même axe ſera petite. D'où l'on voit, que pour rendre les vaiſſeaux propres à des courſes obliques, il eſt abſolument néceſſaire d'augmenter leur ſtabilité par rapport au grand axe: mais cette matiere ſera traitée plus particulierement dans la partie ſuivante.

CHAPITRE VII.

Sur l'action du gouvernail dans la courſe directe.

---

§. 47.

Que la planche repréſente une ſection horizontale de la carine, à quelque profondeur ſous l'eau que ce ſoit, que B A repréſente le grand axe, qui convient avec la direction du mouvement dont la viteſſe ſoit $= c$, & que l'axe vertical du vaiſſeau paſſe par le point F. Cela poſé ſoit B K le gouvernail, fixé à une obliquité quelconque, meſurée par l'angle b B K, que nous nommerons $= \zeta$; & il s'agit de trouver l'effet du gouvernail dans cet état, pour faire tourner le vaiſſeau autour de ſon axe vertical: vû qu'il eſt prouvé dans la mechanique, que tous les mouvemens de ro- Tab. III. Fig. 14.

tation doivent toujours être rapportés à un axe qui paſſe par le centre de gravité du corps. Ainſi nous devons premièrement chercher la force, que le gouvernail ſoutient dans cette ſituation, & enſuite nous en devons déterminer le moment, dont cette force ſe rapporte à l'axe vertical F G, ou bien au point F.

§. 48.

Or pendant que le vaiſſeau court ſelon la direction B A avec la viteſſe $= c$, le gouvernail B K ſouffrira le même effort que ſi l'eau *y* chocquoit dans une direction contraire avec la même viteſſe, entant que ce choc ou ſa direction n'eſt pas troublée par la groſſeur du vaiſſeau: car on comprend aiſément, que tant le corps du vaiſſeau que ſa figure pourroit bien alterer très conſidérablement non ſeulement la direction, mais auſſi la viteſſe dont l'eau frappera ſur le gouvernail. Mais pour commencer nos recher-

recherches ſur ce ſujet, nous ferons d'abord abſtraction de ces irrégularités; nous ſuppoſerons que l'eau vienne frapper le gouvernail B K dans la direction A B ou I L avec la viteſſe $= c$, & quand nous aurons développé ce cas, il ne ſera plus difficile d'éſtimer les aberrations, qui pourroient être cauſées par les ſusdites irregularités.

§. 49.

Puisque le gouvernail eſt un plan & que l'eau y coule partout ſous la même obliquité B L l $= b$ B K $= \zeta$, la moyenne direction des éfforts de l'eau paſſera par le centre de gravité de l'aire du gouvernail plongée dans l'eau, que nous conſidérerons en L, & poſant cette aire entiere $= ff$, nous avons vû cy-deſſus que la force de l'eau eſt égale au poids d'une maſſe d'eau, dont le volume ſe trouve en multipliant l'aire ff par le quarré du ſinus d'incidence ſin. ζ^2, & encore par $\frac{e}{4g}c$; de ſorte que cette force ſera

$= \frac{c\,e\,f\,f}{4\,g}$. sin. ζ^2, & cette force ſera appliquée au point L ſelon la direction L *b* perpendiculaire au plan du gouvernail. Or pour mieux juger de l'effet de cette force, nous la décompoſerons en deux latérales, ſelon L *p* parallele à A B, & L *q* qui y eſt perpendiculaire. Pour cet effet nommons l'intervalle B L $= l$, & à cauſe de l'angle *b* B L $= \zeta$, nous aurons B *q* $= l$ cos. ζ & L *q* $= l$ sin. ζ: d'où puisque l'angle L *b p* $= \zeta$, la décompoſition nous donne la force ſelon L *p* $= \frac{c\,e\,f\,f}{4\,g}$. sin. ζ^3 & la force ſelon L *q* $= \frac{c\,e\,f\,f}{4\,g}$. sin. ζ^2. cos. ζ, dont celle là L *p* s'oppoſe directement au mouvement du vaiſſeau, mais celle-ci L *q* pouſſera le vaiſſeau à coté, de la même maniere que ſi ces deux forces étoient appliquées au centre de gravité du vaiſſeau. C'eſt donc à quoi ſe reduit l'action du gouvernail par rapport au mouvement progreſſif du vaiſſeau.

§. 50.

§. 50.

Or entant que ces deux forces L p, L q tombent, ou au deſſus, ou au deſſous du centre de gravité, elles fourniront des momens pour incliner le vaiſſeau, la premiere L p autour du petit axe ou transverſal du vaiſſeau, & l'autre L q autour ſon grand axe. Mais puisque le centre de gravité G du vaiſſeau ſe trouve ordinairement plus haut que le point L, ſi nous ſuppoſons cette hauteur F G $= h$, le moment de la premiere force L p ſera $= \frac{ccff.h}{4g}$. ſin. ζ^3, par lequel le vaiſſeau ſera incliné vers la proüe, qui par conſequent en ſera plongée d'avantage dans l'eau. Enſuite l'autre force L q donne le moment $\frac{ccff.h}{4g}$. ſin. ζ^2 col. ζ, dont le vaiſſeau ſera incliné vers le coté droit de la figure, ou bien le vaiſſeau panchera vers le coté du gouvernail. D'où l'on voit que ces effets ſeront d'autant moins ſenſibles, plus le centre de gravité G ſe trouve abaiſſé

dans le vaiſſeau, & comme la hauteur $FG = b$ ne ſçauroit jamais devenir conſidérable, on comprend aiſément, qu'on n'a jamais rien à craindre de cet effet du gouvernail: auſſi n'y fait-on ordinairement aucune réflexion.

§. 51.

Mais l'effet principal que le gouvernail doit produire, regarde ſon mouvement autour de l'axe vertical GF, que nous connoîtrons par le moment de forces trouvé par rapport au même axe vertical FG. Or la force ſelon Lp étant multipliée par l'intervalle $Lq = l$ ſin. ζ, donnera pour l'axe FG le moment $\frac{ccff}{4g}.l$ ſin. ζ^2, dont la proüe A ſera tournée vers la droite, or l'autre force ſelon Lq, étant multipliée par l'intervalle $qF = Bq + BF$, donne un moment exprimé par ces deux membres

$\frac{ccff.l}{4g}$ ſin. ζ^2. coſ. $\zeta^2 + \frac{ccff}{4g}$. ſin. ζ^2 coſ. ζ. BF,

dont la proüe ſera également inclinée vers

vers la droite ou vers le gouvernail. Ajoutons donc ces deux momens enſemble, pour avoir le moment entier, qui fera tourner le vaiſſeau autour de l'axe F G dans le ſens A α, & qui ſera par conſéquent:

$$\frac{cofffl}{+g}\text{ſin.}\,\zeta^2+\frac{ccff}{+g}.\text{ſin.}\,\zeta^2.\text{coſ.}\,\zeta.\text{BF.}$$

D'où l'on voit d'abord, que ſi l'angle b B K étoit $=0$, ou le gouvernail dans ſa ſituation naturelle, alors ce moment de force évanouïroit entierement. Or ſi l'on faiſoit cet angle $\zeta=90$, ce même moment deviendroit $\frac{cofff.l}{+g}$, & partant très petit, puiſque la ligne B F, qui ſurpaſſe pluſieurs fois l'intervalle l, eſt ſortie du calcul.

§. 52.

Donc puiſque le gouvernail ne produit aucun éffet dans le cas $\zeta=0$, & un très petit lorsque $\zeta=90°$, il eſt évident qu'il y aura un certain angle mitoyen, où le gouvernail produira le plus grand éffet poſſible. Pour trou-

ver cette obliquité la plus efficace, négligeons d'abord dans notre formule la partie très petite $\frac{ccffl}{4g}$. sin. ζ^2 à l'égard de l'autre, de sorte que nous ayons cette question à résoudre, quelle valeur on doive donner à l'angle ζ, à fin que la formule $\frac{ccff}{4g}$.sin.ζ^2.cos.ζ.BF, ou simplement celle-ci sin. ζ^2. cos. ζ devienne la plus grande? Or les regles de l'analyse nous donnent à connoître, que cela arrive en prenant tang. $\zeta = \sqrt{2}$, ou bien sin. $\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$ & cos. $\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$: par conséquent l'angle de cette obliquité b B K doit être $= 54°$, $44'$, de sorte que c'est sous cet angle que le gouvernail produit le plus grand effet pour tourner le vaisseau; & alors notre moment en négligeant le petit intervalle l, sera $= \frac{1}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{ccff.BF}{g}$. Mais si nous voulons tenir compte du petit intervalle B L $= l$, posons la distance B F $= a$, pour avoir cette formule:

$$\frac{ecffl}{4g}.\text{ sin. }\zeta^2 + \frac{ceffa}{4g}\text{ sin. }\zeta^2.\text{ cos. }\zeta$$

ou $\frac{ccff}{4g}(l \text{ sin. }\zeta^2 + a \text{ sin. }\zeta^2 \text{ cos. }\zeta)$

qui

qui doit être un *maximum*, ou ſimplement celle-ci l ſin. $\zeta^2 + a$ ſin. ζ^3. coſ. ζ. Ici les regles de l'analyſe nous conduiſent à cette égalité:

$$3 \text{ coſ. } \zeta^2 + \frac{2l}{a} \text{. coſ. } \zeta - 1 = 0.$$

Mais puiſque $\frac{l}{a}$ eſt toujours une petite fraction, on voit bien, que l'angle ζ ne differera pas beaucoup du précedent qui eſt de $54°, 44'$. De là nous tirons cette ſimple approximation: On n'a qu'à ajouter à l'angle $54°, 44'$, autant de degrés, que la formule $\frac{23.l}{a}$ contient d'unités, ou bien on aura $\zeta = 54°. 44' + \frac{23.l°}{a}$.

§. 53.

Or cette détermination n'a lieu, que quand l'eau peut couler librement ſur le gouvernail dans la direction A B ou I L, ce qui n'arrive qu'à la plus profonde ſection horizontale de la carine, où elle eſt terminée par la quille, qui étant prèsque une ligne droite n'empeche point, que l'eau n'y coule

le ſelon la direction I L avec ſon entière viteſſe $= c$. Mais dès que nous coupons la cârine au deſſus de la quille, la ſection horizontale aura vers le milieu une largeur très conſidérable qui empechera l'eau de couler librement ſur le gouvernail. On voit bien que ſi la longueur du gouvernail B K étoit beaucoup plus grande que la demi-largeur de la ſection, l'eau y pourroit bien couler librement au moins ſur ſon extremité K; mais puisque cette longueur B K eſt ordinairement plus petite que la demi-largeur F D, le mouvement de l'eau ſur le gouvernail ſera d'autant plus alteré, plus on approche du point B, & par cette raiſon la recherche de l'effet du gouvernail deviendra d'autant plus compliquée. Il faut même avoüer ici, que la théorie du mouvement des fluides n'eſt pas encore aſſes approfondie, pour qu'on puiſſe determiner, de combien tant la viteſſe que la direction d'un fluide, qui paſſe auprès d'un corps ſolide, en ſera alteré;

cepen-

cependant nous tâcherons de répandre autant de lumière sur cette question, qu'on en pourra être content pour l'usage de la pratique.

§. 54.

Soit donc A C B D la figure d'une telle section, dont la longueur soit A B & la largeur C D; or la vitesse du vaisseau selon la direction B A soit comme jusqu'ici $= c$, B K la position du gouvernail sous l'obliquité $= \zeta$, & le point L le centre de gravité de la surface du gouvernail, ou du moins d'une partie qui répond à cette section. Cela posé il est clair, que l'eau ne sauroit couler sur le gouvernail près du point B, que selon la direction cB, qui est celle des cotés de cette section auprès de la pouppe, & on comprend aisément que, si cette section conservoit sa demi-largeur F C presque jusqu'à la pouppe, & que le coté C B y alloit par une courbure très considérable, alors l'eau aux environs de Tab. III. Fig. 15.

B

B n'auroit aucun mouvement, de ſorte que le gouvernail ne ſauroit produire aucun effet. Il faut donc que le coté A C B n'ait nulle part quelque grande courbure, & encore moins quelque anguloſité ; mais que la largeur F C diminue peu à peu vers le point B, avec auſſi peu de courbure que les circonſtances le permettent.

§. 55.

Suppoſons donc que l'eau coule près de B effectivement ſuivant la direction *c* B, & poſons l'angle C B *c* = ε ; & puisque la longueur du gouvernail B K eſt toujours très modique par rapport à la grandeur du vaiſſeau, nous pourrons bien ſuppoſer, que l'eau coule ſelon la même direction ſur tout le gouvernail B K. Pour cet effet tirons la ligne L *i* parallele à B *c*, pour repréſenter la direction du mouvement de l'eau puisque l'angle B L I étoit = ζ, à cauſe de I L *i* = ε, l'obliquité ſous laquelle le gouvernail eſt frappé, ſera = ε + ζ ;

or pour la viteſſe même nous prouverons bientôt, qu'elle n'eſt plus $= c$ mais plustôt $= c.$ cof. $\mathfrak{G}$, de ſorte que la formule trouvée pour le cas précedent s'appliquera aiſément au cas préſent, en écrivant $c.$ cof. $\mathfrak{G}$ au lieu de c, & l'angle $\mathfrak{G} + \zeta$ au lieu de ζ; & de là nous aurons la force, dont le gouvernail ſera frappé par l'eau

$$\frac{c\,c.\,cof.\beta^2}{+g}.ff.\,\text{ſin.}\,(\mathfrak{G}+\zeta)^2;\ (\S.\,49.)$$

D'où l'on voit que plus l'angle $\mathfrak{G}$ approche de 90°, plus cette force deviendra petite, & elle évanouïroit entierement ſi l'angle C B c devenoit droit. Or c'eſt préciſement le cas, où nous avons déja remarqué, que l'eau derrière la pouppe n'auroit aucun mouvement ſur le gouvernail. Pour trouver à préſent auſſi le moment de cette force par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau, nous pourrons bien négliger la petite partie, qui renfermoit cy-deſſus la lettre l; & l'autre partie qui eſt la plus grande, ſe trouvera en multipliant la force

force tant par l'intervalle B F que par le cosinus de l'obliquité du gouvernail, ou bien par cos. ζ, de sorte que le moment de force du gouvernail sera pour notre cas

$$\frac{cc.\ cos.\ \beta}{4\,g}.\ ff.\ sin.\ (\varepsilon+\zeta)^2.\ cos.\ \zeta \times B\,F.$$

§. 56.

Maintenant pour trouver l'angle ζ, ou l'obliquité du gouvernail, qui produit le plus grand effet, l'analyse nous fournit cette regle: Qu'on cherche un angle γ, tel que $cos.\ \gamma = \frac{1}{2}.\ cos.\ \varepsilon$, & alors qu'on prenne $\zeta = 90° - \frac{\beta - \gamma}{2}$. Ainsi si l'angle ε ou C B c étoit 45° ou l'angle C B D = 90°, ce qui arrive à peu près dans la section d'eau, on auroit $cos.\ \varepsilon = 7071068$, & partant

$$\tfrac{1}{2}\ cos.\ \varepsilon = 2357023 = cos.\ \gamma$$

d'où l'on tire

$$\gamma = 76°,\ 22';\ \text{donc}\ \frac{\beta+\gamma}{2} = 60°,\ 41';$$

par conséquent l'angle $\zeta = 29°,\ 19'$, qui est donc beaucoup plus petit que pour la plus basse section de la carine où

où nous avions $\zeta = 54°, 44'$, & cette même valeur nous fournit auſſi notre regle en prenant $\varepsilon = 0$; car ayant alors $\cos.\varepsilon = 1,0000000$, nous aurons $\cos.\gamma = 0,3333333$, & de là $\gamma = 70°,32'$; donc $\frac{\beta+\gamma}{2} = 35°\,16'$, & partant $\zeta = 54°\,44'$, tout comme il à été trouvé cy-deſſus. De là on pourra tirer une concluſion bien importante pour les pilotes; que pour obtenir le plus prompt éffet par le gouvernail, il lui faut donner une obliquité plus petite que celle de $54°\,44'$, qui leur a été preſcrite jusqu'ici par les géomètres: car ſi la plus haute ſection de la carine demande une obliquité de $29°\,18'$, pendant que la plus baſſe exigeroit $54°\,44'$, il faut ſans doute choiſir quelque milieu entre ces deux limites. Le milieu arithmetique ſeroit $= 42°\,1'$; mais comme le gouvernail eſt beaucoup plus large en bas qu'au niveau de l'eau, & que les chocs en bas ſont beaucoup plus forts qu'en haut, le milieu à prendre doit auſſi beaucoup plus approcher de la

plus grande limite. D'où il ſemble qu'on pourroit établir cette regle, qu'une obliquité de 48° environ produira presque toujours le meilleur éffet; ou bien pour obtenir ce plus grand éffet, le pilote doit mettre la barre du gouvernail enſorte, qu'elle faſſe avec l'axe du vaiſſeau un angle de 48°, ou au moins de 45°, puisqu' auprès d'un maximum les differences ſont prèsque inſenſibles.

§. 57.

Il ne nous reſte donc qu'à expoſer les raiſons, qui nous ont déterminé à fixer la viteſſe, dont l'eau frappe le gouvernail, à *c*. coſ. ℰ. Pour cet éffet que la poſition préſente d'une ſection de la carine, que nous conſidérons, ſoit repréſentée dans la figure par A B M, où A B eſt le grand axe du vaiſſeau, B M une partie quelconque de ſon coté, & partant l'angle ABM = ℰ: enſuite qu'aprés une ſeconde de tems cette figure ſoit avancée en *a b m*, par l'éſpace B *o* = *c* = M *m*; vû que la viteſſe *c* eſt

Tab. IV. Fig. 16.

eſt exprimée par l'éſpace parcouru dans une ſeconde. Or dans cet état ſi l'eau qui environnoit le vaiſſeau dans la poſition A B M, ne ſuivoit pas le vaiſſeau dans ſon mouvement, l'eſpace B *b m* M reſteroit vuide d'eau ; mais l'état de preſſion où l'eau ſe trouve, l'oblige bien promptement, à ſuivre le vaiſſeau, & à remplir l'eſpace B *b m* M: cette ſucceſſion ſe fera même par le plus court chemin; donc tirant du point *m* ſur le coté B M la perpendiculaire *m* N, il eſt clair que l'eau de N ira remplir le vuide près de *m*, & cette ſucceſſion ſe faiſant dans une ſeconde par l'eſpace N *m*, ſa viteſſe ſera exprimée par ce même intervalle: donc puiſque l'intervalle M *m* = B *b* = *c* & l'angle *m* M N = A B M = 6, la vraïe viteſſe de l'eau en N ſera = *c*. ſin. 6, ſa direction étant N *m*. Maintenant pour trouver la viteſſe, dont l'eau frappe le gouvernail, il faut enviſager le vaiſſeau comme étant en repos, & toute la mer comme courant contre le vaiſſeau avec

ſa viteſſe c dans la direction AB: donc une molecule d'eau en N ſera outre ſon propre mouvement, transportée en n, en tirant N n parallele & égale à b B. Par conſéquent en combinant ce mouvement par N n avec ſon propre mouvement par N m, on n'a qu'à achever le parallelogramme M m N n, dont la diagonale N M repréſentera tant la direction que la viteſſe, dont l'eau en N ſe meût à l'égard du vaiſſeau. Donc puiſque M $m = c$ & l'angle m M N $= \zeta$, cette diagonale N M eſt ouvertement $= c.$ cof. ζ, de ſorte que la viteſſe de l'eau dont elle frappe le gouvernail, eſt effectivement $= c.$ cof. ζ, comme nous l'avons ſuppoſé cy-deſſus, & comme la direction N M eſt auſſi la même, que nous lui avons aſſignée, cette théorie paroît ſuffiſamment établie.

CHA-

CHAPITRE VIII.

Sur l'action du gouvernail dans les courſes obliques.

§. 58.

Commençons ici de même par les coupes horizontales les plus baſſes de la carine, qui ne contiennent que la quille du vaiſſeau. Que la ligne droite A B nous repréſente donc la quille, dont le mouvement ſe faſſe ſelon la direction A α, ou ſelon F X avec une viteſſe $= c$, de ſorte que l'angle A F X marque la dérive du vaiſſeau, que nous nommons comme cy-deſſus $= \Phi$, & que le gouvernail B K faſſe avec la quille prolongée l'angle K B S $= \zeta$, enſorte que le gouvernail ſoit dirigé en même ſens que la dérive A F X. Il s'agit donc de déterminer tant la viteſſe que la direction, dont l'eau viendra frap-

Tab. IV. Fig. 17.

per le gouvernail B K. Pour cet effet conſidérons le vaiſſeau comme en répos, & que ſi l'eau y couroit ſuivant la direction α A ou X F avec la viteſſe $= c$; & il eſt d'abord clair, que puisque le corps de la quille s'oppoſe à la continuation de ce mouvement, l'eau en y approchant ſera obligée de changer peu à peu de direction, enſorte qu'auprès de la pouppe en B, il ſuivra exactement la direction de la quille F B & cela avec une viteſſe diminuée, qu'on pourra éſtimer égale à c. coſ. Φ. Mais à quelque diſtance de la quille, la direction de l'eau approchera d'autant plus de ſa direction naturelle X F, qu'on s'éloignera d'avantage de la quille: or comme le gouvernail a peu d'étendue, ſi nous conſidérons ſon milieu en L, en y tirant la droite I L parallèle à la quille, & repréſentant la direction de l'eau par la ligne i L, l'angle I L i ſera toujours plus petit que la dérive A F X $= \Phi$; par la même raiſon la viteſſe y ſera auſſi

plus

plus grande que $c. \text{cof.} \Phi$, & comme on ne ſauroit rien déterminer avec préciſion, prennons quelque autre angle θ moindre que Φ, ſuppoſons l'angle I L $i = \theta$ & la viteſſe de l'eau $= c. \text{cof.} \theta$, & la force de l'eau ſur le gouvernail deviendra

$$\frac{cc.co.\theta^2}{4g}. ff. \text{ſin.} (\zeta + \theta)^2$$

à cauſe de l'angle d'incidence B L $i = \zeta + \theta$: où ff marque la ſurface du gouvernail à cet endroit. Or la ligne L S qui y eſt perpendiculaire en indiquera la direction.

§. 59.

De là il eſt bien évident, que dans cette récherche il faut recourir à quelque éſtime, par laquelle on évaluera la direction de l'eau ſur le point L: mais auſſi une exacte détermination n'apporteroit pas un plus grand avantage pour la pratique, puiſqu'il ſuffit de connoître en gros, que l'eau frappera effectivement le gouvernail. Or

le moment de cette force par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau F G, en négligeant la petite portion qui dépend de l'intervalle B L, ſe trouvera comme cy-deſſus

$$\frac{c\,c.\,cof.\,\theta^2}{4g}.\,ff.\,\text{ſin.}\,(\zeta+\theta)^2.\,\text{cof.}\,\zeta\times BF.$$

D'où l'on peut déja juger, que pour procurer le plus grand effet, l'angle ζ doit être pris plus petit que 54° 44′; & ſi l'on veut connoître cet angle plus exactement, on n'a qu'à chercher un angle η tel que $\text{cof.}\,\eta = \frac{1}{3}\,\text{cof.}\,\theta$; & alors on prendra $\zeta = 90° - \frac{\eta+\theta}{2}$. Au reſte puisque la dérive Φ ſurpaſſe rarement 20 dégrés, en prennant $\theta = \frac{1}{2}\Phi$, cette formule ne ſauroit s'écarter conſidérablement de la vérité. Donc puisque θ ne ſurpaſſe pas 10 dégrés, on voit bien qu'il n'en ſauroit réſulter quelque erreur ſenſible, quand même cet angle dévroit être de quelques dégrés ou plus grand ou plus pétit. Ainſi en prennant $\theta = 10°$, on trouve $\eta = 70°, 50'$, & $\zeta = 49°\ 35'$. Or dans cette même hypo-

hypothèſe le premier facteur $cc.\text{cof.}\theta^2$, n'eſt pas conſidérablement diminué par la multiplication de $\text{cof.}\theta^2$, de ſorte qu'il ſeroit fort mal à propos de vouloir prétendre à un plus haut dégré de préciſion.

§. 60.

Mais ſi le gouvernail étoit tourné du coté oppoſé de la dérive, le cas ſeroit entièrement different du précedent, puiſqu'il ne ſauroit arriver ſur le gouvernail d'autre eau que celle, qui viendroit au delà de la proie A ſelon la direction $A\alpha$, laquelle ſi elle conſervoit ſa direction ne parviendroit pas aſſurément à frapper le gouvernail, quand même il ſeroit plus long qu'à l'ordinaire. Mais on comprend aiſément, que l'eau qui a commencé à couler ſelon la direction $A\alpha$, changera peu à peu de route & courbera ſon chémin à peu près ſelon la ligne $\alpha\beta\gamma$, enſorte que quelque portion pourroit bien atteindre l'extremité du Tab. IV. Fig. 18.

gouvernail, cependant la force qui en réſulte ſera toujours beaucoup plus petite que dans le cas précedent. Auſſi ne ſait-on que trop par l'expérience, que dans ces cas il eſt prèsque impoſſible de faire tourner les vaiſſeaux en ſens contraire de la dérive par le moyen du gouvernail. Les pilotes ſont ordinairement réduits à ſe ſervir au lieu du gouvernail de quelques voiles pour atteindre leur bût: & il ne paroît pas comment il ſeroit poſſible de rémedier à cet inconvénient, à moins qu'on ne voulût établir un gouvernail à la proüe au bout de l'étrave. Mais il ſemble que ce moyen rencontreroit d'autres obſtacles abſolument inſurmontables.

§. 61.

Paſſons à préſent à une ſection plus élevée de la carine, où ſa largeur paroit ſous la ligne C D, la longueur étant repréſentée comme jusqu' ici par la ligne B A, & que le mouvement

Tab. IV. Fig. 19.

ment ſe faſſe dans la direction F X, la dérive étant l'angle A F X = Φ. Cela poſé, ſoit le gouvernail B K tourné du même coté de la dérive, ſon obliquité étant l'angle S B K = ζ, & il eſt clair que dans ce cas l'eau peut encore plus librement couler ſur le gouvernail, que dans la courſe directe, de ſorte qu'il ne perdra pas tant de ſa viteſſe; & partant les déterminations que nous avons trouvées dans le chapitre précédent, auront encore lieu ici. Mais comme l'obliquité d'incidence de l'eau eſt à préſent auſſi plus grande, même pour la plus baſſe ſection de la carine, il s'enſuit, que pour produire le plus grand éffet, l'angle ζ doit être pris encore plus petit que cy-deſſus; & peut être fera-t'on bien, de ne pas augmenter cet angle S B K au delà de 40 dégrés. Cependant cette remarque n'eſt pas d'une grande conſéquence dans la pratique, puisque les pilotes ſentent bien ſans difficulté, ſi le vaiſſeau obeït au gouvernail ou non

non, & quelle obliquité lui procure le meilleur éffet?

§. 62.

Mais la plus grande difficulté ſe rencontre, lorsque on tourne le gouvernail à l'autre coté B *k* oppoſé à la dérive, où l'on reconnoîtra d'abord, que l'eau venant à couler de la proüe ſelon la direction A *a*, pourra à peine parvenir ſur le gouvernail, quoique elle courbe peu à peu ſa direction. C'eſt auſſi dans ce cas, que la plus part des vaiſſeaux ſe refuſent entièrement à l'action du gouvernail, & quand même l'eau atteigneroit le gouvernail B *k* ſon éffet ſeroit toujours beaucoup plus petit que dans la courſe directe. On n'a qu'à regarder la figure, pour s'aſſurer que, plus le vaiſſeau ſera court par rapport à ſa largeur, & plus ce défaut doit être ſenſible. Mais ſi au contraire la longueur du vaiſſeau ſurpaſſe pluſieurs fois ſa largeur, & que la figure de ſa pouppe ſoit bien taillée

lée ou façonnée vers le gouvernail, enſorte que l'eau puiſſe aiſément gliſſer le long des cotés du vaiſſeau, il pourra bien arriver, que ſon éffet ſur le gouvernail devienne encore aſſés conſidérable; ce qui ſera toujours une très bonne proprieté de ces eſpéces de vaiſſeaux. Auſſi voyons nous, que les conſtructeurs des vaiſſeaux ſont accoutumés à rétreſſir inſenſiblement la figure de la pouppe, & à y éviter preſque toute courbure, & que cette pratique n'eſt obſervée que pour procurer aux vaiſſeaux la grande prérogative d'obeïr au gouvernail. Les conſtructeurs ont encore imaginé un autre moyen très propre à remédier à ce défaut, en donnant à la quille une poſition inclinée à l'horizon; enſorte que la pouppe & partant auſſi le gouvernail ſont plongés à une plus grande profondeur que le devant du vaiſſeau; car il eſt évident que par ce moyen l'eau eſt moins empechée de frapper le gouvernail en bas. Il arrive encore dans ce cas une heureuſe circonſtance

ſtance qui facilite l'action du gouvernail, qui eſt que dans les courſes, où la dérive ſe trouve par exemple à la droite, le vaiſſeau y panche très conſidérablement, d'où il arrive que la quille vers la gauche ſe trouve beaucoup plus à découvert, de ſorte que le corps du vaiſſeau n'empeche plus tant les eaux de frapper le gouvernail.

§. 63.

Au reſte il eſt bon d'avertir encore, que ce que nous avons dit ſur la plus grande action du gouvernail, ne doit pas être régardé comme une régle abſolüe, qu'on doive ſuivre toutes les fois qu'on à béſoin du gouvernail. Car tant qu'un vaiſſeau doit tenir la même route, l'emploi du gouvernail ne devient néceſſaire, que quand par quelque accident que ce ſoit, la direction du vaiſſeau a été un peu changée; de ſorte qu'il ne s'agit que de le remettre dans ſa juſte poſition. Or pour produire un tel effet, une très

petite

petite action du gouvernail eſt pour la plus part ſuffiſante: & ce ſeroit bien mal à propos, que dans un tel cas on voulût mettre le gouvernail dans la ſituation requiſe, pour produire le plus grand éffet. Ce n'eſt donc que quand on eſt obligé de faire tourner brusquement le vaiſſeau, qu'on doit recourir à l'action la plus éfficace du gouvernail. Or de quelle maniere & par quel mouvement le vaiſſeau ſera actuellement tourné par la force du gouvernail: c'eſt ce que nous nous propoſons d'examiner dans le chapitre ſuivant.

CHAPITRE IX.

Sur le mouvement avec lequel l'action du gouvernail fait tourner les vaiſſeaux.

§. 64.

Pour déterminer le mouvement de rotation, qui ſera imprimé à un vaiſſeau autour de ſon axe vertical par l'action du gouvernail, il faut avant toutes choſes bien déterminer le moment de cette force par rapport à l'axe vertical du vaiſſeau. Or nous venons de voir, que ce moment eſt toujours exprime par une telle formule $\frac{\alpha . cc}{+g} . ff . BF$, où ff marque la ſurface du gouvernail, l'intervalle B F la diſtance entre le gouvernail & l'axe vertical du vaiſſeau, c la viteſſe du vaiſſeau, & α un coëfficient numerique, qui réſulte tant de l'obliquité du gouver-

vernail, que de la dérive du vaiſſeau & encore de la figure de la pouppe: enſorte que cette expreſſion renferme quatre dimenſions linéaires, des quelles trois donnent un volume d'eau, dont le poids repréſente la force, qui étant encore multipliée par la quatrième ligne, donne ce qu'on nomme le moment de force. De là on voit, que ce moment eſt toujours proportionel au quarré de la viteſſe, de ſorte que plus le mouvement du vaiſſeau eſt rapide, plus auſſi l'effet du gouvernail deviendra grand; ce qui s'entend de ſoi-même, vû qu'un vaiſſeau en repos eſt toujours inſenſible au gouvernail. Enſuite il eſt également évident, que cette force doit être proportionelle à la ſurface du gouvernail *f f*; mais outre cela elle eſt auſſi proportionelle à l'intervalle B F; d'où l'on voit que plus cet intervalle ſera grand, ou plus la longueur du vaiſſeau ſurpaſſera ſa largeur, plus auſſi ſera efficace l'action du gouvernail: de ſorte que les longs vaiſſeaux, outre

les grands avantages, que nous avons déja remarqué, auront encore celui d'obeir plus aiſément au gouvernail.

§. 65.

Mais la connoiſſance de ce moment ne ſuffit pas encore, pour en déterminer le vrai mouvement qui ſera imprimé au vaiſſeau: on a beſoin encore d'un autre élément, tiré de la maſſe même du vaiſſeau; comme s'il s'agiſſoit du mouvement progreſſif, pour avoir ce qu'on nomme acceleration, il faudroit diviſer la force mouvante par la maſſe du corps. Mais puiſque la queſtion roule ici ſur un mouvement de rotation, il faut diviſer le moment de force par une quantité, qu'on nomme le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe de rotation. Or ſelon les regles de la mechanique ce moment d'inertie ſe trouve, en multipliant toutes les maſſes ou les poids, dont le vaiſſeau eſt compoſé, chacun par le quarré de ſa diſtance à l'axe

l'axe de rotation. Qu'on multiplie donc tous les poids du vaiſſeau, chacun par le quarré de ſa diſtance à l'axe vertical F G, & il en réſultera un produit du poids entier du vaiſſeau M par le quarré d'une certaine diſtance moyenne entre les plus grandes & les plus petites diſtances, qui ſoit $= k$; enſorte que le moment d'inertie en queſtion ſera $= M\,kk$. Ou bien ſi l'on veut reduire le poids du vaiſſeau à un volume d'eau, comme nous l'avons fait dans le moment de force, nous n'avons qu'à écrire au lieu de M le volume de la partie ſubmergée ou de la carine, indiquée cy-deſſus par la lettre V; de ſorte que notre moment d'inertie ſera $= V.\,k\,k$. Cette formule renferme donc cinq dimenſions linéaires.

§. 66.

Maintenant pour trouver l'acceleration dans le mouvement de rotation, il faut ſelon les regles de mechanique multiplier le moment de

forces par $2g$ ou par la double hauteur, dont les corps tombent dans une ſeconde, & diviſer ce produit par le moment d'inertie du vaiſſeau; de maniere que cette acceleration ſera exprimée par cette formule $\frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha ccff\cdot BF}{V\cdot kk}$, laquelle ayant en haut & en bas cinq dimenſions linéaires, donne une fraction numerique, qui exprimera toujours le ſinus de la viteſſe angulaire qui ſera engendrée dans une ſeconde: où il faut avertir, que nous méſurons une viteſſe angulaire par l'angle qu'elle eſt capable de parcourir dans une ſeconde. De là on comprend que l'angle même par lequel le vaiſſeau ſera tourné dans la première ſeconde, ſera la moitié de la viteſſe angulaire que nous venons de trouver. Or pour ce qui regarde le mouvement ſuivant, on ſçait que les viteſſes angulaires acquiſes ſeroient proportionelles aux temps, & les angles mêmes, parcourus par ce mouvement de rotation, aux quarrés des temps écoulés, ſi le vaiſſeau ne rencontroit aucu-

aucune réſiſtance dans ce mouvement, & que la force mouvante démeurat la même.

§. 67.

Mais auſſitôt que le vaiſſeau commence à tourner autour de ſon axe vertical, & que par conſéquent tant ſa direction que ſa viteſſe ſouffrent quelque changement, il eſt clair que la force même de l'eau ſur le gouvernail en ſera auſſi changée; de ſorte que le mouvement de rotation ne ſauroit plus être déterminé par le même moment de force. Outre cela dès que le vaiſſeau tourne autour de ſon axe, il rencontre dans l'eau une réſiſtance toute particuliere, qui tend à diminuer ce mouvement. Cependant tant que ce mouvement eſt encore très lent, ni le changement dans la force, ni la réſiſtance ne ſauroient être ſenſibles, & partant pour le petit tems d'une ſeconde on peut bien regarder le mouvement engendré comme d'acord avec

notre formule: de ſorte qu'après une ſeconde la viteſſe de rotation ſera à peu près la même que celle que nous venons d'aſſigner. Mais ici il ne s'agit pas tant d'une méſure abſolüe de ce mouvement que de la proportion, qui ſe trouve à cet égard dans les differentes éſpeces de vaiſſeaux: ainſi dès qu'on connoît le rapport entre les quantités ff, B F, V, & kk, pour deux vaiſſeaux differens & outre cela leur viteſſes c dont ils courent ſous des pareilles circonſtances, on eſt en état de juger lequel des ces vaiſſeaux obeïra plus facilement à l'action de ſon gouvernail, & quelle raiſon ſe trouvera entre la viteſſe de rotation, dont chacun tournera autour de ſon axe vertical.

§. 68.

Pour mettre ce rapport dans tout ſon jour, nommons comme cy-deſſus la longueur de la carine à la flottaiſon $= a$, la largeur $= b$, & la profondeur $= e$,

$= e$, & le volume de la carine V ſera à peu près proportionel au produit $a\,b\,e$. Enſuite pour le quarré $k\,k$ on comprend aiſément, qu'il dépend tant de la longueur a que de la largeur b; de ſorte qu'on ne ſe trompera guères, en le ſuppoſant proportionel au produit $a\,b$. La grandeur du gouvernail ſe regle ordinairement ſur la largeur du vaiſſeau, & comme la profondeur e conſtitue ſa principale dimenſion, on peut regarder la ſurface $f\,f$ comme proportionelle au produit $b\,e$. Enfin l'intervalle B F eſt ouvertement proportionel à la longueur a. De là il s'en ſuit, que la viteſſe de rotation engendrée dans une ſeconde ou dans un autre petit intervalle de tems, ſera toujours proportionel à cette formule $\frac{\alpha c c}{a b}$: où le coëfficient α renferme les petites différences cauſées par la diverſité des conſtructions & de la courſe même. D'où il paroit d'abord, que le mouvement de rotation eſt proportionel au quarré de la viteſſe, qu'a le vaiſ-

ſcau lorſqu'il ſingle, & enſuite réciproquement comme le produit ab, ou bien comme l'aire de la ſection d'eau. Ainſi de deux vaiſſeaux parfaitement ſemblables, dont l'un a toutes ſes dimenſions deux fois plus grandes que l'autre, la viteſſe de rotation du plus grand ſera quatre fois plus petite que celle du plus petit.

§. 69.

Enfin pour finir cette partie, nous devons dire encore un mot ſur la force que le pilote doit emploïer pour maintenir le gouvernail dans une obliquité donnée. Pour cet éffet ſoit l'obliquité du gouvernail $KBS = \zeta$, à laquelle l'obliquité d'incidence de l'eau ſur le gouvernail eſt à peu près égale; & la force dont il eſt frappé, ſera

$$\frac{cc}{4g} . ff \text{ ſin. } \zeta^2$$

laquelle étant multipliée par l'intervalle $BL = l$, le point L étant le centre du gouvernail, on aura le moment par rapport à l'axe B, autour du-

duquel le gouvernail lui même eſt mobile. Donc le pilote doit emploïer une telle force, qui étant appliquée à la barre du gouvernail produiſe auſſi un moment $= \frac{cc}{4g} . ffl$ ſin. ζ^2; d'où l'on voit, que le moment de force du pilote eſt 1°. proportionel au quarré de la viteſſe du vaiſſeau, 2°. à la ſurface du gouvernail, 3°. à l'intervalle B L, & 4°. au quarré du ſinus de l'obliquité, à laquelle il veut maintenir le gouvernail.

Digitized by Google

TROSIEME PARTIE
DE LA MATURE
&
DE LA MANOEUVRE
DES VAISSEAUX.

Digitized by Google

Digitized by Google

THEORIE COMPLETE
de la
Conſtruction & de la manoeuvre
des Vaiſſeaux.

TROSIEME PARTIE.
De la Mâture & de la Manoeuvre
des Vaiſſeaux.

CHAPITRE I.
Sur les voiles & la force du vent.

§. 1.

L'air eſt une matiere fluide, ſemblable à l'eau mais beaucoup plus ſubtile. Les expériences nous ont donné à connoître, que la denſité de

de l'air eſt environ 800 fois plus petite que celle de l'eau; de ſorte que le poids d'un éſpace ou volume d'air eſt 800 fois plus petit que s'il étoit rempli d'eau. Donc quand l'air vient frapper une ſurface quelconque avec une certaine viteſſe, ſon éffet ſera 800 fois plus petit que ſi elle étoit frappée de l'eau avec la même viteſſe: de là nous ſommes en état d'aſſigner la force, qu'une ſurface plane qui eſt $= ff$, doit ſoutenir d'un vent, qui y ſouffle perpendiculairement avec une viteſſe donnée $= c$: car ayant vû, que ſi c'étoit de l'eau qui frapperoit la même ſurface, la force ſeroit égale au poids d'un volume d'eau $= \frac{ccff}{+g}$, nous en concluons que la force du vent ſera égale au poids d'un volume d'eau $= \frac{ccff}{800.+g}$; où l'on doit ſe ſouvenir que g marque la hauteur, d'où les corps tombent dans une ſeconde, & que nous méſurons toujours les viteſſes par les éſpaces qui en ſeroient parcourûes dans une

une ſeconde. Donc puiſque nous avons déterminé la force de la réſiſtance par le poids d'un volume d'eau, nous ſerons en état d'exprimer auſſi la force du vent par des ſemblables volumes d'eau.

§. 2.

Comme il n'eſt pas ſi facile, d'obſerver la vraie viteſſe du vent, ou l'eſpace qu'il parcourt dans le tems d'une ſeconde, & que d'ailleurs le vent peut changer à tout moment; feu Mr. *Bouguer* a imaginé un inſtrument aſſés ſimple, au moyen duquel on peut d'abord connoître la force, que le vent exerce ſur une ſurface donnée. C'eſt un tuyau creux A A B B, au dedans duquel ſe trouve un reſſort tourné en ſpirale C D, qui ſe laiſſe comprimer plus ou moins, par une verge F S D qu'on fait entrer par un trou fait dans le tuyau en A A, & ayant obſervé, à quel dégré differentes forces, ou poids donnés ſont capables de Tab. I. Fig. 1.

com-

comprimer la ſpirale, on met ſur la verge des diviſions; enſorte que celle qu'on voit en S, indique le poids requis, pour pouſſer le réſſort dans l'état C D. Enſuite on joint perpendiculairement à cette verge en F une ſurface plane E F E d'une quantité donnée, comme d'un pied quarré ou plus grande, ſelon qu'on juge à propos. Alors on n'a qu'à diriger cet inſtrument vers le vent, à fin qu'il y frappe perpendiculairement V E, V E; & la marque en S montrera le poids, au quel la force du vent eſt équivalente: d'où il ſera enſuite aiſé, de reduire ce poid à un volume d'eau, comme nous avons juſqu'ici exprimé toutes les forces. De cette maniere quand le même vent ſouffle perpendiculairement contre une ſurface plane quelconque, rien ne ſera plus facile que de déterminer la force qu'il y exerce.

§. 3.

Il en eſt de même, lorsque le vent frappe obliquement une ſurface plane

plane, & la force en eſt diminuée en raiſon du quarré du ſinus de l'obliquité. Ainſi ſi la ſurface eſt $= ff$, la viteſſe du vent $= c$, & l'obliquité $= \theta$, la force ſera égale au poids d'une maſſe d'eau dont le volume eſt

$$\frac{1}{1000} \cdot \frac{cc}{4g} \cdot ff \text{ ſin. } \theta^2.$$

Auſſi la direction de cette force eſt toujours perpendiculaire à la ſurface & paſſe par ſon centre de gravité. De là on connoîtra aiſement la force que le vent exerce ſur les voiles : & entant que les voiles ſont tellement tendües, que leur ſurface peut être regardée comme un plan dont l'aire ſoit $= ff$, la formule que nous venons de donner, exprime la force du vent. Pour nous en former une idée plus claire, conſidérons une telle voile bien tendüe, dont la ſurface ſoit un pied quarré ou $ff = 1$, qui ſoit frappée perpendiculairement du vent, & que ſa viteſſe ſoit de dix pieds par ſeconde ; & notre formule donnera $\frac{1}{1000} \cdot \frac{100}{64}$ pieds cubiques, à cauſe de

$g = 16$. D'où cette fraction devient $= \frac{1}{315}$, ou bien en parties décimales 0,00195. Donc si le vent faisoit 20 pieds par seconde, la force seroit $\frac{1}{315}$ d'un pied cubique; si le vent faisoit 30 pieds par seconde, cette force seroit $\frac{1}{37}$: & s'il faisoit 40 pieds par seconde, la force seroit la 32me partie d'un pied cubique, qui vaut un peu plus que le poids de deux livres.

§. 4.

Or on ne sauroit jamais tendre les voiles à ce point, que leurs surfaces devinssent planes, sur tout quand le vent est bien fort & qu'il y frappe presque perpendiculairement. Car dans ce cas les voiles sont courbées plus ou moins, selon une figure que les géomètres ont bien reüssi à déterminer. Mais il importe fort peu pour notre dessein, de connoître cette figure, & il suffit de remarquer que plus une voile reçoit une courbure, plus aussi la force du vent en est diminuée; & cela par la même raison qu'une proüe courbée

ou

ou même pointuë ſouffre une beaucoup plus petite réſiſtance qu'une proüe platte. On a trouvé même que ſi la courbure d'une voile approchoit de celle d'un hémisphère, la force du vent ſeroit reduite à la moitié, par rapport à celle d'un grand cercle de la même ſphère; & comme la ſurface du grand cercle eſt deux fois plus petite que celle de l'hémisphère, il s'enſuit qu'une voile courbée en hémisphère ne reçoit que la quatrième partie de la force du vent qu'elle recevroit ſi elle étoit plane. Il faut donc emploïer tous les moyens, pour empecher, ou pour diminuer au moins, la courbure des voiles, autant que les circonſtances le permettront. Or comme il eſt toujours poſſible de concevoir une voile plane, qui produiroit la même force qu'une courbée, nous ne nous embaraſſerons plus de la courbure des voiles, & dans les recherches ſuivantes nous les regarderons toutes comme parfaitement plan·s, en les ſuppoſant à proportion plus petites.

§. 5.

Jusqu'ici nous avons considéré la voile comme étant en repos; mais si elle a aussi un mouvement comme celui du vaisseau sur lequel elle est étendue, il en résulte souvent un changement assés considérable dans la force, que le vent y exerce. Supposons que la voile soit portée vers une certaine direction avec la viteſſe $= v$ & que le vent souffle selon la même direction avec une viteſſe plus grande $= c$; il est clair que le vent agira de la même maniere sur la voile, que si la voile étoit en repos & que le vent y frappat avec une viteſſe $= c - v$: & si la viteſſe du vent c étoit moindre que celle de la voile, elle en seroit frappée par le coté oppoſé. Or si la direction du vent étoit contraire à celle du mouvement de la voile, le choc se feroit avec une viteſſe $= c + v$: d'où l'on voit, qu'il faut bien distinguer dans la navigation la vraïe viteſſe & la vraïe direction du vent de celle, dont il agit sur les voiles empor-

emportées par les vaiſſeaux. Pour cet effet nous nommerons vent apparent, celui qui agit ſur les voiles en mouvement, pour le diſtinguer du vent vrai, dont les voiles ſeroient frappées, ſi elles étoient en repos.

§. 6.

Pour expliquer cette différence en général, ſoit la ligne S T la direction & la viteſſe, dont la voile eſt emportée; de ſorte que cette ligne S T eſt l'eſpace qui en eſt parcouru dans une ſeconde. Enſuite que le vent ſouffle dans la direction V S avec une viteſſe exprimée par cette même ligne V S, qui nous repréſente par conſequent le vent vrai; & il s'agit de trouver le vent apparent, ou celui qui agiroit ſur la voile en repos, de la même maniere que le vent vrai agit ſur la voile en mouvement. Pour réſoudre cette queſtion, imprimons en penſée à tout le ſyſteme un mouvement contraire & égal à celui du vent; enſorte que le tout Tab. I. Fig. 2.

ſoit emporté ſelon la direction S V avec une viteſſe, repréſentée par cette même ligne; & à préſent l'air ſera reduit en repos, & la voile aura un mouvement, compoſé de ſon propre mouvement S T & du mouvement imprimé S V. On n'a donc qu'à remplir le parallelogramme S T *v* V, dont la diagonale S *v* repréſentera le mouvement de la voile dans un air tranquille; & partant réciproquement la voile ſoutiendra la même force, que ſi elle étoit en repos, & que le vent y vint frapper ſuivant la direction & avec la viteſſe *v* S: de ſorte que cette diagonale *v* S nous exprime préciſement ce que nous nommons vent apparent.

§. 7.

Donc ſi la ligne S T exprime le mouvement de la voile & la ligne V S celui du vent vrai, le vent apparent nous ſera repréſenté par la diagonale *v* S; & maintenant pour trouver

ver ſon éffet ſur la voile, nous n'avons qu'à enviſager la voile comme étant en repos & frappée par le vent indiqué par cette ligne $v\,S$; enſorte qu'en appliquant les formules que nous avons expoſées cy-deſſus, il ſera aiſé de déterminer la force, que le vent vrai $V_1 S$ exerce ſur la voile emportée par ſon mouvement S T. Donc ſi nous nommons la viteſſe de la voile $S\,T = v$, la viteſſe du vent vrai $V\,S = c$, & l'angle $V\,S\,T = \zeta$; la viteſſe du vent apparent $v\,S$ ſera

$$\sqrt{(c\,c + 2\,c\,v.\ \text{cof.}\,\zeta + v\,v)}.$$

Or pour la direction on trouve

$$\text{ſin.}\ v\,S\,T = \frac{v\ \text{ſin.}\,\zeta}{\sqrt{(c\,c + 2\,c\,v\ \text{cof.}\,\zeta + v\,v)}};$$

ou bien

$$\text{tang.}\ v\,S\,T = \frac{c\ \text{ſin.}\,\zeta}{v + c\ \text{cof.}\,\zeta}.$$

De là on comprend aiſément, connoiſſant le vent apparent $v\,S$, qui ſoit $= u$, avec le mouvement de la voile $S\,T = v$, & encore l'angle $v\,S\,T = \eta$, de quelle maniere on doit déterminer le

vent vrai: car premiérement on trouvera ſa viteſſe

$$c = \sqrt{(uu - 2uv.\cos.\eta + vv)}$$

& enſuite

$$\text{Tang.}\,\zeta = -\frac{u\,\sin.\eta}{v - u\cos.\eta}.$$

§. 8.

Ici il faut bien remarquer, que ceux qui ſe trouvent ſur un vaiſſeau en mouvement, n'obſervent jamais le vent vrai, mais toujours l'apparent qui répond au mouvement du vaiſſeau. Même les girouettes & les pavillons marquent toujours ce vent apparent, & l'inſtrument rapporté cy-deſſus n'indiquera de même que la viteſſe du vent apparent. Ainſi quand il s'agit de déterminer la force, que le vent exerce ſur les voiles d'un vaiſſeau, on n'a qu'à obſerver ſur le même vaiſſeau, tant la direction, que la viteſſe du vent, & on aura le vent apparent cherché, qui agit de la même maniere ſur les voiles que ſi elles étoient

en

en repos, & cela moyennant les formules expliquees cy-deſſus. Cette difference entre le vent vrai & l'apparent nous éclaircit très bien ſur un phénomene, qui ſouvent nous paroit très paradoxe: c'eſt que deux vaiſſeaux, qui paſſent l'un devant l'autre en mer, obſervent des vents aſſes contraires, quoique le même vent vrai ſouffle également ſur l'un & l'autre. Car ſoit S T le mouvement de l'un des ces vaiſſeaux & S' T' le mouvement de l'autre, pendant que tous les deux ſont frappés du même vent vrai V S ou V' S'; & ayant tiré les diagonales v S & v' S', les girouettes du premier vaiſſeau marqueront le vent v S, & celles de l'autre vaiſſeau le vent v' S', qui peuvent ſouvent differer entr'eux de quelques points. (*) Tab. I. Fig. 3.

(*) Le point chèz les navigateurs eſt un angle de $11\frac{1}{4}$ dégrés; ou la huitième partie d'un angle droit.

CHAPITRE II.

Sur la mâture des vaiſſeaux, & ſur la forme de la proüe, telle que l'action des voiles exige.

---

§. 9.

Il n'eſt pas néceſſaire, d'entrer ici en détail ſur tout ce qui regarde les mâts & la maniere dont ils portent les voiles: il ſuffit pour notre deſſein, de remarquer, qu'on tâche de remplir de voiles autant qu'il eſt poſſible, tout l'éſpace au deſſus des vaiſſeaux, à fin de tirer de chaque vent tous les éfforts capables de mettre le vaiſſeau en mouvement. Dans cette vûe quelques mâts ſont établis ſur les vaiſſeaux pour recevoir des voiles par toute leur hauteur, & on leur donne autant de largeur, que la grandeur du vaiſſeau le permet. Souvent on pratique auſſi des

des voiles entre les mâts, & tant vers la proüe que vers la pouppe, pour augmenter autant qu'il eſt poſſible les ſurfaces, ſur leſquelles le vent puiſſe exercer ſes éfforts. Cependant quelque grand que ſoit le nombre des mâts, & celui des voiles, on peut toujours concevoir une ſeule voile, qui étant frappée du vent, produiroit le même éffet que toutes les voiles priſes enſemble; de ſorte que tout revient à aſſigner tant la grandeur de cette voile équivalente, que le lieu de ſon application.

§. 10.

Or d'abord la ſurface de cette voile équivalente doit égaler la ſomme de toutes les voiles actuelles, que nous conſidérons toutes comme planes & paralleles entr'elles; vû qu'il n'y a aucune raiſon, pourquoi on voudroit étendre les voiles differement vers le vent, & que les béſoins de la navigation demandent toujours, que toutes les voiles ſoient expoſées également

ment au vent; à moins qu'on n'en veuille excepter quelques petites voiles, que les pilotes tiennent à leur disposition pour suppléer à l'action du gouvernail, lorsque les circonstances l'exigent. Ainsi notre voile équivalente sera toujours parallele aux voiles actuelles, & sa surface égale à la somme de celles-ci. Cependant il y faut encore ajouter cette condition, qu'on ne doit ajouter ensemble que celles des voiles, qui sont actuellement frappées par le vent, & qu'il en faut exclure celles, où le vent ne sçauroit parvenir, étant déja interceptées par d'autres voiles antérieures; ce qu'on jugera aisément de la disposition des voiles par rapport à la direction du vent. Par exemple si le vaisseau a le vent en arrière, ce ne sont que les voiles du dernier mât, qui en reçoivent l'action, & les voiles des mâts plus avancés vers la proüe ne sçauroient être enflées que par les petits soufles, qui échappent entre les dernières voiles.

§. 11.

§. 11.

Ayant établi l'idée de la voile équivalente & ſa grandeur, puisque toute la force qu'elle reçoit du vent, paſſe toujours par le centre de gravité de ſa ſurface & y eſt perpendiculaire; ce point eſt ſans doute de la dernière importance, & c'eſt celui que feu Mr. *Bouguer* a nommé le centre velique, qui eſt donc le même que le centre de gravité de la voile équivalente, & c'eſt par ce point que paſſe la moyenne direction des toutes les forces, avec leſquelles le vent agit ſur toutes les voiles actuelles. Il eſt donc très eſſentiel, de bien connoitre le lieu de ce centre vélique: & d'abord il eſt clair, que ce centre ſe trouve quelque part dans le plan diamétral du vaiſſeau continué en haut, puisqu' ordinairement toutes les voiles ſe trouvent également partagées de part & d'autre de ce plan; & partant la détermination de ce point dépend de deux élémens, dont l'un eſt ſon élévation au deſſus du vaiſſeau, ou plu-

tôt

tôt au deſſus du niveau de la mer, & dont l'autre élement regarde le point ſur le grand axe du vaiſſeau, auquel tombe la perpendiculaire tirée par le centre velique. Or nous avons déja démontré dans la partie précedente, que ce point doit être un peu plus proche de la proüe que de la pouppe.

§. 12.

Connoiſſant la ſituation & la grandeur de toutes les voiles actuelles, les principes de la Statique fourniſſent les regles ſuivantes, pour déterminer le vrai lieu du centre velique. Poſant la ſurface d'une voile quelconque = K, & l'élévation de ſon centre de gravité au deſſus de la mer = h, qui eſt la perpendiculaire tirée de ce point à la ſurface de la mer, ſoit la diſtance de cette ligne depuis la pouppe = l, & que pour toutes les autres voiles ces mêmes quantités ſoient marquées par ces lettres K′, h', l'; K″, h'', l''; &c. Cela poſe la hauteur du

du centre velique ſera

$$\frac{K\,b + K'\,b' + K''\,b'' + K'''\,b''' + etc.}{K + K' + K'' + K''' + etc.},$$

& l'éloignement de ce point depuis la pouppe du vaiſſeau

$$\frac{K\,l + K'\,l' + K''\,l'' + K'''\,l''' + etc.}{K + K' + K'' + K''' + etc.}.$$

Au reſte on voit bien, que la hauteur du centre velique dépend principalement de la hauteur des mâts, qu'on ne ſçauroit augmenter au delà de certaines bornes, que préſcrivent tant la groſſeur des vaiſſeaux, que leur déſtination. Or puisque les plus hautes voiles ſont ordinairement beaucoup plus petites que les plus baſſes, il eſt évident que le centre velique ne tombe pas au milieu de la hauteur qu'occupent les voiles, mais toujours un peu plus bas. De là il eſt aiſé de comprendre, comment les voiles actuelles doivent être diſpoſées, à fin que le centre velique tombe dans un point donné; & partant nous conſidérerons toujours tant le lieu du centre velique, que la grandeur de la voile équivalente

lante comme données, pour en déterminer toutes les regles, qui conduiſent à la parfection de la manoeuvre des vaiſſeaux.

§. 13.

Soit à préſent la ſection diamétrale d'un vaiſſeau repréſentée dans la 4me. figure, où la ligne A B ſoit la flottaiſon ou le grand axe de la carine, la ligne L E H la quille, le point G le centre de gravité du vaiſſeau, & le point W le centre velique, plus élévé que G de l'intervalle W g, & plus avancé vers la proüe de l'eſpace G g ou F f. Maintenant puiſque la force du vent paſſe toujours par le centre velique W, & que la ſurface de la voile équivalente eſt ordinairement auſſi grande que les circonſtances le permettent, il en doit réſulter un très grand moment de force, pour faire incliner le vaiſſeau, qui ſera d'autant plus grand que le centre velique eſt plus élévé au deſſus du centre de gravité G.

Tab. I. Fig. 4.

Dans

Dans les courſes directes, où l'on peut emploïer toutes les forces du vent, ce moment de force inclinera le vaiſſeau vers la proüe; & quoique la ſtabilité par rapport à cette inclinaiſon ſoit la plus grande, une telle inclinaiſon troublera toujours beaucoup le mouvement du vaiſſeau. Pour prevenir cet effet il eſt donc néceſſaire, que la réſiſtance de la proüe fourniſſe un ſemblable moment de force en ſens contraire: ce qui arrivera, lorsque la moyenne direction de la réſiſtance paſſe par le même centre velique W. Car ſoit WR la force de la réſiſtance, qui étant décompoſée ſelon la direction horizontale W *s*, & la verticale W *u*, celle là doit être parfaitement détruite par la force du vent; de ſorte qu'il n'en réſultera plus aucun moment pour incliner le vaiſſeau. Or l'autre force ou la verticale W *u* produit même un double bon effet, tant en pouſſant le vaiſſeau en haut, ou en diminuant ſon poids & partant auſſi la profondeur de la carine;

que puisque cette force, étant appliquée devant le centre de gravité G, tend à élever la proüe : de sorte que quand même le centre velique W seroit encore plus élevé, il n'y auroit rien à craindre de ce coté là. D'où l'on voit, que ce bon éffet pourroit être encore augmenté, en donnant aux voiles mêmes quelque petite inclinaison à l'horizont; ensorte que la force du vent pousseroit aussi un peu en haut.

§. 14.

Or la moyenne direction de la résistance passeroit toujours infailliblement par le centre velique W, si la surface de la proüe étoit une portion de la sphère décrite du centre W avec le rayon W H ou W A. Car puisque alors toutes les directions perpendiculaires sur la surface de la proüe, passeroient par le même point W, tous les éfforts élémentaires de l'eau se réuniroient aussi dans le même point, & par conséquent aussi leur moyenne direction W R:

&

Digitized by Google

& cela arriveroit non seulement dans les courses directes, mais aussi dans les courses obliques, entant que ce ne seroit que la dite portion de la sphère, qui recevroit le choc de l'eau. Mais comme les autres circonstances ne permettent point, qu'on donne à toute la proüe une telle figure, il sera toujours très avantageux, qu'au moins l'étrave mêmes H A soit un arc de cercle décrit du centre veli ue W. Ce qui nous fournit une regle bien facile, pour donner dans tous les cas proposés, à l'étrave H A la figure la plus convenable depuis le bout de la quille H jusqu'à l'extremité de la carine A. Car pour la portion au dessus de l'eau il conviendra toujours, de lui donner une direction à peu près verticale, afin que dans les tempêtes les flôts de la mer y ayent moins de prises, pour tourmenter le vaisseau.

§. 15.

Or pour les courses directes on obtiendra les mêmes avantages pourvû-

que la proüe ait la figure d'un ſolide rond, engendré par la rotation de quelque figure autour du point W, ou plustôt autour d'un axe horizontal, tiré par ce point & parallele à l'axe transverſal du vaiſſeau. Donc pour donner à la proüe une telle figure, qu'on coupe le vaiſſeau par un plan perpendiculaire à celui de la figure, qui paſſe tant par le point W que par l'extremité de la quille H, & la figure de cette ſection étant tournée autour du dit axe conçu en W, décrira la juſte figure de toute la proüe, au moins entant qu'elle ſe trouve ſous l'eau: car pour la partie élévée au deſſus, on eſt toujours le maitre, de la former ſelon les béſoins.

§. 16.

Quoiqu' une telle figure ne ſoit proprement ajuſtée qu'aux courſes directes, elle ne manquera pas de nous procurer auſſi des très grands avantages dans les courſes obliques. Car bien que le mo-

moment pour incliner le vaiſſeau ne ſoit pas entièrement détruit, il n'en reſtera pourtant qu'une très modique portion, dont le vaiſſeau ſera incliné vers un coté; & même ce moment qui réſulte de la force du vent, qui pouſſe le vaiſſeau à coté, ſera d'autant moins conſidérable, plus le vent le frappe obliquement, comme il arrive toujours dans ces courſes. Cependant il eſt toujours de la derniere néceſſité, d'augmenter d'autant qu'il eſt poſſible la ſtabilité des vaiſſeaux à l'égard de leur grand axe; & nous avons déja montré, qu'on arrivera à ce but le plus heureuſement, en augmentant la largeur de la carine par rapport au tirant d'eau. L'allongement des vaiſſeaux y pourra auſſi beaucoup contribuer, vû que par là la profondeur de la carine peut gagner quelque diminution entant que le poids du vaiſſeau tout entier ou demeure le même, ou reçoit un moindre accroiſſement que la longueur.

§. 17.

La conſtruction que nous venons de donner pour l'étrave, eſt ſi ſimple & ſi aiſée à executer, qu'on ne ſauroit rien déſirer d'avantage. Cependant il ſera bon d'ajouter ici encore quelques formules pour déterminer l'elancement & l'obliquité de l'étrave, entant qu'elle entre dans l'eau. Pour cet effet nommons comme cy-deſſus la on-
Tab. I. Fig. 4. gueur de la carine A B $= a$, la largeur $= b$, & la profondeur ou le tirant d'eau E F $= e$. Soit enſuite l'élévation du centre velique W au deſſus de la flottaiſon W $f = h$, & nous avons vû, qu'il faut prendre l'intervalle A $f = \frac{2}{3} a$; de ſorte que F $f = \frac{1}{15} a$, en ſuppoſant le point F au milieu de l'axe A B; d'où l'on aura W $e = h + e$, & E $e = \frac{1}{15} . a$. Maintenant le triangle rectangle A W f donne, A W$^2 = hh + \frac{4}{225} aa$; auquel eſt égal le quarré de la ligne W H: ôtons donc de celui-cy le quarré de la hauteur W e, qui eſt $hh + 2eh + ee$, pour avoir H $e^2 = \frac{4}{225} . aa - 2eh - ee$:

&

& partant

$$EH = \tfrac{1}{10}a + \sqrt{\tfrac{1}{25}aa - 2eb - ee}.$$

D'où l'on connoit l'extremité de la quille H, où l'étrave commence: & ôtant cet intervalle du demi axe $AF = \frac{1}{2}a$, on obtiendra l'elancement de l'étrave

$$Ab = \tfrac{2}{5}a - \sqrt{\tfrac{1}{25}aa - 2eb - ee}$$

ſa hauteur étant $Hb = e$.

§. 18.

Développons cette formule pour les differentes éſpeces de vaiſſeaux, qui ſont en uſage: & d'abord il ſemble qu'on puiſſe mettre en général $Wf = b = 4e$, ou toute la hauteur $We = 5e$; puiſque une petite difference dans cet élément n'eſt d'aucune conſéquence. Enſuite poſons la largeur $b = \frac{5}{4}e$ comme la ſtabilité l'exige; & enfin ſoit $a = nb = \frac{5}{4}ne$, où le nombre n renferme les differentes éſpeces de vaiſſeaux. Ce'a poſé, l'élancement de l'étrave deviendra

$$Ab = ne - e\sqrt{nn - 9}.$$

Mettons donc successivement pour n les nombres 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, 6; & nous trouverons pour les sept éspeces de vaiss aux, les élancemens suivans de l'étrave:

I°. Si $a = 3\,b$, on aura $A\,b = 3\,e$, & $a = 7\frac{1}{2}\,e$.

II°. Si $a = 3\frac{1}{2}\,b$, on aura
$A\,b = 3,5.e - e\sqrt{3,25} = 1,691.e$,
& $a = 8\frac{1}{4}\,e$.

III°. Si $a = 4\,b$, on aura
$A\,b = 4b - e\sqrt{7} = 1,355.e$,
& $a = 10.e$.

IV°. Si $a = 4\frac{1}{2}\,b$, on aura
$A\,b = 4,5.e - e\sqrt{11,25} = 1,146.e$,
& $a = 11\frac{1}{4}.e$.

V°. Si $a = 5\,b$, on aura
$A\,b = 5.e - e\sqrt{16} = e$,
& $a = 12\frac{1}{2}.e$.

VI°. Si $a = 5\frac{1}{2}\,b$, on aura
$A\,b = 5,5.e - e\sqrt{21,25} = 0,891.e$,
& $a = 13\frac{3}{4}.e$.

VII°.

Digitized by Google

VII°. Si $a = 6\,b$, on aura

$$A\,b = 6.e - e\sqrt{27} = 0,812.e,$$

& $a = 15.e$.

D'où l'on voit, que plus que les vaisseaux sont longs, & plus l'élancement de l'étrave doit devenir petit; à moins qu'on ne veuille pas hausser encore d'avantage le centre velique W pour les plus longs vaisseaux.

CHAPITRE III.

Sur le mouvement des vaiſſeaux dans leurs courſes directes.

§. 19.

Pour qu'un vaiſſeau puiſſe courir ſelon ſa propre direction, il faut, que la force pouſſante agiſſe ſelon la même direction; & partant toutes les voiles doivent tellement être diſpoſées, que leurs plans ſoyent perpendiculairs au grand axe du vaiſſeau: afin que les directions des forces, qu'elles reçoivent de l'impulſion du vent, deviennent paralleles au même axe. Soit donc A B le grand axe du vaiſſeau, A la proüe, & B la pouppe; & que la ligne S F *s* perpendiculaire à cet axe repréſente la voile équivalente, dont la ſurface ſoit = *ff*. Maintenant le vaiſſeau tellement diſpoſé, ſera mis en mouvement ſelon

Tab. II. Fig. 5.

ſa

ſa propre direction B A, tant que le vent peut frapper par derriere ſur la voile S F *s*: ce qui arrive toutes les fois, que la direction du vent V F fait avec l'axe B F un angle aigû vers l'un ou l'autre coté. Car il eſt clair, que dès que l'angle B F V deviendroit droit, la voile n'en ſeroit plus frappée, & que ſi le vent venoit même du coté U F, le vaiſſeau en ſeroit pouſſé en arriere.

§. 20.

Suppoſons d'abord l'angle B F V évanouiſſant, ou que le vaiſſeau aye le vent en pouppe, dont la vraie viteſſe ſoit $= c$. Suppoſons encore que le vaiſſeau lui même ait déja acquis une viteſſe $= v$ ſelon la même direction B A. Donc puiſque la voile S F *s* a le même mouvement, elle ne ſera frappée du vent, qu'avec l'excès de ſa viteſſe ſur celle du vaiſſeau, ou bien la viteſſe apparente ſera $= c - v$, dont la direction étant perpendiculaire ſur la voile, la force qui en réſulte,

ſulte, ſera égale au poids d'une maſſe d'eau, dont le volume eſt

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{(c-v)^2}{4g} \cdot ff,$$

dont le mouvement du vaiſſeau ſeroit accelerè, s'il ne rencontroit aucune reſiſtance.

§. 21.

Poſons à préſent, que le vaiſſeau rencontre dans l'eau la même réſiſtance, qu'éprouveroit une ſurface plane $= rr$, qui frapperoit l'eau perpendiculairement avec la même viteſſe v: d'où réſulteroit une réſiſtance $= \frac{vv}{4g} \cdot rr$. De là il eſt évident, que ſi la force pouſſante étoit plus grande que cette réſiſtance, le mouvement ſeroit accéleré, & ſi elle étoit moindre, il en ſeroit retardé. Donc pour que le vaiſſeau ſingle avec une viteſſe uniforme, il faut, que la force pouſſante ſoit égale à la réſiſtance; d'où nous tirons cette équation

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{(c-v)^2}{4g} ff = \frac{vv}{4g} \cdot rr;$$

dont la racine quarrée donne

$(c-v)$

$(c - v).f = v\,r.\sqrt{800}$.

D'où nous trouvons la viteſſe du vaiſſeau $v = \frac{cf}{f + r.\sqrt{800}}$; de ſorte que dans le cas que nous conſidérons, le vaiſſeau recevra une viteſſe, qui ſera toujours beaucoup plus petite que la viteſſe du vent c: & l'on voit, quelle devroit être la ſurface des voiles, pour que le vaiſſeau acquiere, ou la moitié ou le tiers, ou quelque autre partie qu'on voudra, de la viteſſe du vent? Car pour la moitié il faudroit, qu'il fut $f = r.\sqrt{800}$, & $ff = 800.rr$: pour qu'il devienne $v = \frac{1}{3}c$, il faudroit, qu'il fut $f = \frac{1}{2}r.\sqrt{800}$, ou $ff = 200.rr$: & pour qu'il devienne $v = \frac{1}{4}c$, il doit être $f = \frac{1}{3}r.\sqrt{800}$ ou $ff = \frac{800}{9}.rr = 88\frac{8}{9}.rr$. Or ſi l'on demandoit une viteſſe $v = \frac{1}{3}c$, on trouveroit $f = 2r.\sqrt{800}$, ou $ff = 3200.rr$; d'où l'on voit, que dès qu'on aura atteint un certain dégré de viteſſe, qu'il ne vaudroit preſque plus la peine d'augmenter les voiles au delà pour acquerir une plus grande viteſſe.

§. 22.

§. 22.

Mais conſidérons à préſent un vent quelconque, qui ſouffle dans la direction V F, avec la vraie viteſſe $= c$, ſous l'obliquité $B F V = \theta$, & que la viteſſe du vaiſſeau ſoit $= v$. Maintenant pour trouver la viteſſe apparente du vent; repréſentant par la droite V F la viteſſe c, qu'on prenne $F T = v$, & qu'on achève le parallelogramme V F T v, pour avoir la diagonale v F, qui repréſente le vent apparent, qui agit ſur la voile. Or nous avons vû cy-deſſus, qu'à cauſe de l'angle $B F V = \theta$ on aura

Tab. II. Fig. 6.

$$v F = \sqrt{(c c + 2 c v \text{ cof. } \theta + v v)}:$$

& puiſque l'angle

$$F T v = \theta \text{ \& } T v = V F = c,$$

en tirant de v ſur T F la perpendiculaire $v u$, on aura

$$v u = c. \text{ ſin. } \theta \text{ \& } T u = c. \text{ cof. } \theta.$$

& partant

$$F u = c \text{ cof } \theta - v:$$

d'où nous trouvons

$$\text{tang. } B F v = \frac{v v}{F u} = \frac{c. \text{ ſin. } \theta}{c. \text{ cof. } \theta - v}:$$

Par

Par conſéquent

$$\text{ſin. B F } v = \frac{c.\text{ſin. }\theta}{\sqrt{(c\,c - 2\,c\,v\,\text{coſ }\theta + v\,v)}}$$

&

$$\text{coſ. B F } v = \frac{c.\text{coſ. }\theta - v}{\sqrt{(c\,c - 2\,c\,v.\text{coſ. }\theta + v\,v)}}.$$

§. 23.

Soit donc dans la 5me. figure, v F le vent apparent, dont la voile eſt actuellement frappée, & puiſque ſa viteſſe vient d'être trouvée Fig. 5.

$$v\,F = V(c\,c - 2\,c\,v.\text{ coſ. }\theta + v\,v)$$

& le coſinus de l'angle

$$B\,F\,v = \frac{c\,\text{coſ. }\theta - v}{\sqrt{(c\,c - 2\,c\,v.\text{ coſ. }\theta + v\,v)}},$$

ce même coſinus ſera le ſinus d'incidence ou de l'angle vFS, qui étant multiplié par la viteſſe donne le produit $= c.$ coſ. $\theta - v$, dont le quarré diviſé par $4g$ doit être encore multiplié par la ſurface des voiles ff, & diviſé par 800, pour avoir enfin la force pouſſante, qui ſera par conſéquent $\frac{1}{800} \cdot \frac{(c.\text{ coſ. }\theta - v)^2}{4g}.ff$. Laquelle étant égalée comme cy-deſſus à la réſiſtance $\frac{v^2}{4g}.rr$, donne cette détermination

$$v =$$

$v = \frac{c. \text{cof. } \theta. f}{f + r. \sqrt{100}}$.

D'où l'on voit, que cette détermination ne diffère de la précedente, qu'en ce qu'au lieu de c on a ici $c.$ cof. θ: ce qu'un leger raiſonnement nous auroit pû d'abord faire connoitre. Car le vrai vent V F étant décompoſé ſelon les directions F B & F S; il eſt clair, que celle-là qui eſt $c.$ cof. θ, doit être diminuée de la viteſſe du vaiſſeau v; d'où l'on voit, que la viteſſe du vaiſſeau v eſt toujours non ſeulement beaucoup plus petite que la viteſſe du vent même c, mais encore plus petite que $c.$ cof. θ.

§. 24.

De là il paroit, que plus l'obliquité du vent ou l'angle B F V approche d'un droit, plus auſſi ſera petite la viteſſe du vaiſſeau, & cela en raiſon du cofinus de cet angle. Mais il faut bien remarquer, qu'on ſuppoſe ici une même quantité ff, qui renferme toutes les voiles frappées du vent;

vent. Cependant il ſe trouve ici un grand paradoxe, ſavoir qu'un vent oblique eſt capable d'imprimer au vaiſſeau une plus grande viteſſe, qu'un vent directe ſelon la direction B F: or cela arrive, quand le vaiſſeau contient pluſieurs mâts garnis de voiles; car alors il eſt évident, que lorsque le vent vient dans la direction directe B F, il ne ſauroit frapper que ſur les voiles du dernier mât; de ſorte que celles des mâts anterieurs demeurent entièrement inutiles. Mais dès que le vent a quelque obliquite, il pourra auſſi frapper les voiles anterieures ou tout à fait ou au moins en partie; d'où il eſt aiſé à comprendre, que la diminution cauſée par l'obliquité pourra être amplement recompenſée par le plus grand nombre de voiles miſes en action. Par conſéquent il faut dans ce cas toujours donner à la quantité *ff* ſa juſte valeur, en eſtimant toutes les voiles, qui ſe trouveront actuellement frappées du vent; & ainſi plus l'obliquite du vent ſera

grande, plus auſſi faudra-t-il augmenter la valeur de ff conformément aux circonſtances, que le nombre des mâts, & leur diſtance donneront aiſément à connoître.

§. 25.

Après cette expoſition générale faiſons l'application aux differentes éſpeces de vaiſſeaux, qui ſont en uſage. Poſons comme jusqu'ici la longueur de la carine $AB = a$, la largeur $= b$ & la profondeur $= e$, & nous avons vû, que la valeur de rr, qui nous indique ici la ſurface plane qui dans l'eau éprouveroit la même réſiſtance, que notre vaiſſeau rencontre effectivement, eſt à peu près $rr = \frac{3}{4}.be.\frac{2b^2}{a^2+2b^2}$. Enſuite pour les voiles ſuppoſons comme cy-deſſus la hauteur du centre velique au deſſus de la flottaiſon $b = 4.e$; d'où il faut retrancher environ $1.e$ pour avoir ſon élévation au deſſus du tillac, qui ſera donc $= 3.e$; d'où la hauteur des voiles ſera à peu près $= 6.e$, & puisque la largeur des voiles

voiles eſt reglée ſur la largeur du vaiſſeau, on pourra éſtimer la ſurface des voiles d'un mât $= 6.be$; ou puiſqu'on a pour la plûpart $e = \frac{2}{5}.b$, cette ſurface ſera $= \frac{12}{5}.bb$. Or comme il faut retrancher quelque choſe à cauſe de la courbure des voiles, par laquelle l'action du vent eſt affoiblie, nous mettrons ſeulement la ſurface des voiles pour un mât $= 2bb$; de ſorte que pour tous les trois mâts principaux nous aurions une ſurface $= 6.bb$. De là il eſt clair, que quand le vent vient directement de la pouppe, on ne ſauroit ſuppoſer ff plus grande que $2bb$: or pour les vents obliques cette valeur pourra croitre jusqu'à $6.bb$. Nous mettrons donc en général $ff = \alpha.bb$.

§. 26.

Ayant donc $ff = \alpha.bb$ &

$$rr = \frac{1}{4}.be.\frac{2b^2}{a^2+2b^2}$$

ou bien à cauſe de $e = \frac{2}{3}b$

$$rr = \frac{1}{10}.bb.\frac{2b^2}{a^2+2b^2} = \frac{1.b^4}{5(a^2+2b^2)}:$$

si nous substituons ces valeurs dans l'expression trouvée (§. 23.) pour la vitesse du vaisseau v, quand le vent souffle dans la direction V F avec la vitesse $= c$, son obliquité étant B F V $= \theta$: nous obtiendrons

$$v = \frac{c.\cos.\theta.\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha} + \frac{b.\sqrt{480}}{\sqrt{(a^2 + 2b^2)}}} = \frac{c.\cos.\theta}{1 + \frac{b.\sqrt{480}}{\sqrt{\alpha}\,(a^2 + 2b^2)}} :$$

où il faut remarquer, que le nombre α peut croitre depuis 2 jusqu'à 6; ensuite puisque a^2 est toujours beaucoup plus grand que $2\,b^2$, & que cette recherche n'est pas susceptible de précision, nous pourrons hardiment supposer

$$v = \frac{a\,c.\cos.\theta.\sqrt{\alpha}}{a\sqrt{\alpha} + b\sqrt{480}}.$$

D'où l'on tire pour le cas du vent en pouppe, où $\theta = 0$ & $\alpha = 2$,

$$v = \frac{ac}{a + b.\sqrt{240}} = \frac{2ac}{22 + 15.b}.$$

Cette formule nous fournira pour les sept éspeces principales des vaisseaux la vitesse, que le même vent en pouppe $= c$ leur imprimera:

si

si	on aura
I. $a = 3.\ b$;	$v = \frac{6}{37}.\ c.$
II. $a = 3\frac{1}{2}.\ b$;	$v = \frac{7}{38}.\ c.$
III. $a = 4.\ b$;	$v = \frac{8}{39}.\ c.$
IV. $a = 4\frac{1}{2}.\ b$;	$v = \frac{9}{40}.\ c.$
V. $a = 5.\ b$;	$v = \frac{10}{41}.\ c.$
VI. $a = 5\frac{1}{2}.\ b$;	$v = \frac{11}{42}.\ c.$
VII. $a = 6.\ b$;	$v = \frac{12}{43}.\ c.$

§. 27.

Mais lorsque le vent ſouffle ſous quelque obliquité $B\,F\,V = \theta$; pour trouver la viteſſe du vaiſſeau, il faut non ſeulement multiplier la viteſſe du vent c par $\cos.\,\theta$, mais il faut auſſi donner à la lettre α une plus grande valeur que 2, ſelon qu'une plus grande quantité de voiles ſera alors frappée du vent: d'où il peut bien arriver qu'un vent oblique imprime au vaiſſeau un plus grand dégré de viteſſe, que s'il étoit direct, & il ſera aiſé, d'aſſigner la viteſſe du vaiſſeau pour tout cas propoſé. Mais lorsque le vent a quelque obliquité on en peut toujours tirer

un plus grand avantage en choiſiſſant quelque route oblique: & en appliquant les formules que nous avons rapportées cy-deſſus nous ſerons en état de réſoudre la queſtion ſuivante, qui eſt ſans doute de la derniere importance dans la navigation: *La direction du vent & la route que le vaiſſeau doit ſuivre, étant données, trouver la diſpoſition des voiles, afin que le vaiſſeau reçoive la plus grande viteſſe.* Or avant que de donner la ſolution de ce Problème, nous devons développer plus en détail, tout ce qui regarde les courſes obliques.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

Sur le mouvement des vaiſſeaux dans leurs courſes obliques.

§. 28.

Un vaiſſeau ſuivra toujours une route plus ou moins oblique, quand la force pouſſante n'eſt pas dirigée ſelon le grand axe: or cela arrive toutes les fois, que les voiles ne ſont pas tendûes perpendiculairement à la direction du grand axe. Le grand axe du vaiſſeau étant donc repréſenté par la ligne A B, ſoit la ligne S F *ſ* la direction de la voile equivalente, dont la ſurface ſoit toujours $= ff$, & poſons l'obliquité ou l'angle A F S $= \eta$ que cette direction fait avec A B; & de quelque coté que vienne le vent V F, pourvû qu'il frappe ſur la face de derriere de la voile S *ſ*, la force pouſſante ſera tou- Tab II. Fig. 7.

jours dirigée ſelon la ligne F Y perpendiculaire à la voile. Donc puiſque l'angle S F Y eſt droit, nous aurons l'angle $AFY = 90° - \eta$, qui eſt le même que nous avons nommé cy-deſſus $= \psi$ & pour lequel nous avons aſſigné la direction du mouvement même F X & nommé l'angle $AFX = \Phi$, qui marque la dérive du vaiſſeau. Ainſi il faut ſe rappeller tant le rapport qui regne entre les deux angles $AFX = \Phi$ & $AFY = \psi = 90 - \eta$, que la formule qui exprime la réſiſtance que le vaiſſeau éprouve dans une telle route oblique.

§. 29.

Suppoſons toujours la longueur de la carine $AB = a$, ſa largeur $= b$, & le tirant d'eau $= e$; & nous avions trouvé pour le rapport entre Φ & ψ cette égalité

$$\text{tang. } \psi = \frac{a^3}{2b^3} \cdot \text{tang. } \Phi^2$$

& poſant ici la viteſſe du vaiſſeau $= v$ ſelon

ſelon la direction F X, nous avons éſtimé la force de la réſiſtance

$$\frac{vv}{4g} \cdot \frac{1}{4} a e. \frac{\sin. \Phi^2}{\sin. \psi},$$

à laquelle la force pouſſante doit être égale, tant que le mouvement du vaiſſeau eſt uniforme. Pour rendre ces formules plus applicables à la practique, nous ajouterons ici deux tables qui indiquent pour toutes les obliquités des voiles ou angles $A F S = \eta$ de 5 à 5 dégrés, tant les valeurs de la dérive ou les angles $A F X = \Phi$, que la valeur de la formule $\frac{\sin. \Phi^2}{\sin. \psi}$, qui ſert à connoître la force de la réſiſtance.

I. TABLE.

Qui donne la dérive $AFX = \Phi$, pour tous les angles $AFS = \eta$ & les ſept éſpeces principales des vaiſſeaux.

L'angle. $AFS = \eta$	Eſpeces des vaiſſeaux. $a = 3b$	$a = 3\frac{1}{2}b$	$a = 4b$
90°	0	0	0
85	4° 36′	3° 40′	2° 59′
80	6 31	5 11	4 14
75	7 58	6 40	5 27
70	9 19	7 25	6 5
65	10 30	8 24	6 54
60	11 41	9 19	7 39
55	12 50	10 15	8 25
50	14 1	11 11	9 12
45	15 12	12 12	10 2
40	16 33	13 16	10 55
35	17 26	14 30	11 57
30	19 43	15 52	13 6
25	21 43	17 31	14 29
20	24 17	19 42	16 20
15	27 44	22 39	18 51
10	32 57	27 13	22 50
5	42 37	36 9	30 52

I. TABLE.

Qui donne la dérive $AFX = \Phi$, pour tous les angles $AFS = \eta$ & les ſept éſpeces principales des vaiſſeaux.

L'angle AFS=η	Eſpeces des vaiſſeaux. $a = 4\frac{1}{2}b$	$a = 5\,b$	$a = 5\frac{1}{2}b$	$a = 6\,b$
90°	o	o	o	o
85	2° 30′	2° 9′	1° 52′	1° 37′
80	3 33	3 2	2 38	2 19
75	4 42	3 55	3 23	2 57
70	5 7	4 22	3 47	3 19
65	5 48	4 57	4 17	3 46
60	6 25	5 29	4 45	4 11
55	7 4	6 3	5 14	4 37
50	7 44	6 37	5 44	5 3
45	8 26	7 13	6 15	5 31
40	9 11	7 52	6 49	5 59
35	10 4	8 37	7 29	6 34
30	11 3	9 27	8 13	7 13
25	12 15	10 31	9 7	8 1
20	13 48	11 50	10 18	9 4
15	15 56	13 44	11 57	10 32
10	19 26	16 46	14 38	12 55
5	26 36	23 9	20 20	18 1

II. Ta-

II. TABLE.

Qui donne la valeur de la formule $\frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\psi}$ pour toutes les obliquités des voiles & les ſept principales eſpeces des vaiſſeaux.

L'angle. AFS $= \eta$	Eſpeces des vaiſſeaux. $a = 3b$	$a = 3\frac{1}{2}b$	$a = 4b$
90°	0,0741	0,0466	0,0312
85	0,0738	0,0464	0,0311
80	0,0741	0,0470	0,0314
75	0,0751	0,0477	0,0320
70	0,0766	0,0489	0,0328
65	0,0781	0,0503	0,0339
60	0,0820	0,0524	0,0354
55	0,0864	0,0550	0,0373
50	0,0918	0,0585	0,0398
45	0,0972	0,0628	0,0426
40	0,1059	0,0688	0,0468
35	0,1109	0,0753	0,0515
30	0,1314	0,0863	0,0593
25	0,1468	0,0965	0,0704
20	0,1800	0,1209	0,0842
15	0,2269	0,1535	0,1080
10	0,3004	0,2124	0,1515
5	0,4602	0,3493	0,2642

II. Ta-

II. TABLE.

Qui donne la valeur de la formule $\frac{\sin.\Phi}{\sin.\psi}$ pour toutes les obliquités des voiles & les sept principales éſpeces des vaiſſeaux.

L'angle AFS=η	Eſpeces des vaiſſeaux. $a=4\frac{1}{2}b$	$a=5\,b$	$a=5\frac{1}{2}b$	$a=6\,b$
90°	0,0219	0,0160	0,0120	0,0092
85	0,0219	0,0161	0,0122	0,0094
80	0,0221	0,0162	0,0123	0,0095
75	0,0226	0,0165	0,0124	0,0096
70	0,0233	0,0170	0,0127	0,0097
65	0,0239	0,0174	0,0131	0,0101
60	0,0250	0,0182	0,0137	0,0106
55	0,0262	0,0191	0,0145	0,0113
50	0,0281	0,0207	0,0155	0,0121
45	0,0298	0,0221	0,0167	0,0129
40	0,0332	0,0244	0,0184	0,0142
35	0,0367	0,0273	0,0203	0,0159
30	0,0424	0,0311	0,0236	0,0182
25	0,0499	0,0374	0,0264	0,0207
20	0,0605	0,0447	0,0340	0,0269
15	0,0780	0,0582	0,0444	0,0346
10	0,1124	0,0845	0,0647	0,0508
5	0,2012	0,1551	0,1209	0,0960

§. 30.

Digitized by Google

II. Table.

Qui donne la valeur de la formule $\frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\psi}$ pour toutes les obliquités des voiles & les sept principales éſpeces des vaiſſeaux.

L'angle.	Eſpeces des vaiſſeaux.		
AFS $= \eta$	$a = 3b$	$a = 3\frac{1}{2}b$	$a = 4b$
90°	0,0741	0,0466	0,0312
85	0,0738	0,0464	0,0311
80	0,0741	0,0470	0,0314
75	0,0751	0,0477	0,0320
70	0,0766	0,0489	0,0328
65	0,0781	0,0503	0,0339
60	0,0820	0,0524	0,0354
55	0,0864	0,0550	0,0373
50	0,0918	0,0585	0,0398
45	0,0972	0,0628	0,0426
40	0,1059	0,0688	0,0468
35	0,1109	0,0753	0,0515
30	0,1314	0,0863	0,0593
25	0,1468	0,0965	0,0704
20	0,1800	0,1209	0,0842
15	0,2269	0,1535	0,1080
10	0,3004	0,2124	0,1515
5	0,4602	0,3493	0,2642

II. Ta-

II. TABLE.

Qui donne la valeur de la formule $\frac{\sin.\Phi}{\sin.\psi}$ pour toutes les obliquités des voiles & les sept principales éspeces des vaisseaux.

L'angle AFS $=\eta$	Especes des vaisseaux. $a=4\frac{1}{2}b$	$a=5\,b$	$a=5\frac{1}{2}b$	$a=6\,b$
90°	0,0219	0,0160	0,0120	0,0092
85	0,0219	0,0161	0,0122	0,0094
80	0,0221	0,0162	0,0123	0,0095
75	0,0226	0,0165	0,0124	0,0096
70	0,0233	0,0170	0,0127	0,0097
65	0,0239	0,0174	0,0131	0,0101
60	0,0250	0,0182	0,0137	0,0106
55	0,0262	0,0191	0,0145	0,0113
50	0,0281	0,0207	0,0155	0,0121
45	0,0298	0,0221	0,0167	0,0129
40	0,0332	0,0244	0,0184	0,0142
35	0,0367	0,0273	0,0203	0,0159
30	0,0424	0,0311	0,0236	0,0182
25	0,0499	0,0374	0,0264	0,0207
20	0,0605	0,0447	0,0340	0,0269
15	0,0780	0,0582	0,0444	0,0346
10	0,1124	0,0845	0,0647	0,0508
5	0,2012	0,1551	0,1209	0,0960

§. 30.

Digitized by Google

§. 30.

Moyennant ces deux tables on eſt en état de déterminer la courſe d'un vaiſſeau pour chaque obliquité des ſes voiles A F S $= \eta$ & pour chaque éſpece de vaiſſeaux, pourvû que le vent vienne de la contrée S B s afin qu'il frappe les voiles par derriere. Car la premiere table nous indique d'abord la dérive ou l'angle A F X $= \Phi$, & la ſeconde table donne la valeur de la formule $\frac{\sin. \Phi^2}{\sin. \psi}$, que nous nommerons ici $= s$. Donc poſant la viteſſe du vaiſſeau $= v$, la réſiſtance ſera $= \frac{v\,v}{4\,g} \cdot \frac{s}{4}\, a\, e.\, s$:

Tab. II. Fig 8. maintenant ſi la droite V F marque le vent vrai dont la viteſſe ſoit $= c$ & l'obliquité d'incidence ou l'angle V F S $= \theta$, il faudroit d'abord chercher le vent apparent par la regle donnée cy-deſſus, mais puiſque cette recherche pourroit embaraſſer, nous donnerons ici une regle beaucoup plus ſimple. Ayant pris la ligne V F $= c$, qu'on prenne ſur la direction du vaiſſeau F X

la

la portion $Fx = v$ & qu'on tire sur la voile SFs la perpendiculaire TFZ à laquelle on méne de V & x les perpendiculaires VT & xZ: la ligne TF marquera donc la viteſſe du vent perpendiculaire à la voile, & la ligne FZ la viteſſe avec laquelle la voile échappe directement au vent: de là il s'enſuit que la voile ſera frappée de la même maniere que ſi elle repoſoit, & que le vent y tombat perpendiculairement avec une viteſſe $= TF - FZ$. Donc puiſque l'angle $SFV = \theta$ & l'angle $SFx = \eta + \Phi$, on aura

$$FT = c.\text{ſin.}\theta \text{ \& } FZ = v.\text{ſin.}(\eta + \Phi)$$

& partant la viteſſe perpendiculaire du vent eſt $= c$ ſin $\theta - v.$ ſin. $(\eta + \Phi)$: par conſéquent poſant la ſurface des voiles $ff = abb$ (§. 25.) la force du vent ſera

$$\frac{1}{850} \cdot \frac{(c\,\text{ſin.}\,\theta - v.\,\text{ſin.}\,(\eta + \Phi))^2}{+E} \cdot abb$$

laquelle étant égale à la réſiſtance donne cette équation

$$vv.\tfrac{3}{4}aes = \tfrac{1}{850}.(c.\text{ſin.}\theta - v.\text{ſin.}(\eta+\Phi))^2.abb:$$

d'où

d'où l'on tire

$$v = \frac{c \sin.\theta . b\sqrt{\alpha}}{\sqrt{600.a e s} + \sin.(\eta+\Phi).b\sqrt{\alpha}} \text{ ou}$$

$$v = \frac{c \sin.\theta}{\sin.(\eta+\Phi) + \sqrt{\frac{600 a e s}{\alpha b b}}}.$$

Cette formule exprime donc la véritable viteſſe, avec laquelle le vaiſſeau ſillera ſur ſa route F X.

§. 31.

Mais puiſqu'on ne ſauroit connoître en mer, lorſque le vaiſſeau eſt en mouvement, le vent vrai, & que toutes les obſervations nous découvrent toujours le vent apparent, qui eſt celui qui entre immédiatement dans l'expreſſion de la force pouſſante; la reduction que nous venons d'enſeigner dans l'article précédent devient en partie inutile, & la viteſſe du vaiſſeau pourra être déterminée beaucoup plus aiſement. Car ſi la ligne V F $= c$ marque déja la viteſſe du vent apparent, dont l'angle d'incidence ſoit V F S $= \theta$, la force pouſſante ſe trouve dabord $= \frac{1}{100} \cdot \frac{c c \sin.\theta}{+g} . \alpha b b$, qui

qui étant égalée à la réſiſtance $\frac{vv}{4g} : \frac{5}{4} . aes$ fournit d'abord la viteſſe du vaiſſeau

$$v = c . \text{ſin. } \theta \sqrt{\frac{abb}{600 . aes}} :$$

Donnons en un exemple: Soit notre vaiſſeau de la cinquieme éſpece, où $a = 5b$, & le tirant d'eau $e = \frac{1}{3}b$; de ſorte que $ae = \frac{5}{3}bb$: ſoit de plus la ſomme des voiles en action $ff = 4bb$, ou bien $\alpha = 4$: ſoit enfin l'obliquité des voiles $AFS = 50° = \eta$, & on aura de la premiere table la dérive $\Phi = 6°. 37'$, & la ſeconde table fournit

$$\frac{\text{ſin. } \Phi^2}{\text{ſin. } \psi} = s = 0,0207.$$

Poſons maintenant la viteſſe apparente $= c$, & l'angle d'incidence $= \theta$, & l'on trouvera la viteſſe du vaiſſeau

$$v = c . \text{ſin. } \theta . \sqrt{\frac{4}{600 . \frac{5}{3} . 0,0207}} \text{ ou}$$

$$v = c . \text{ſin. } \theta . \sqrt{\tfrac{40}{2487}} = 0,4396 . c \text{ ſin. } \theta.$$

Ainſi ſi l'obliquité du vent étoit $VFS = 30°$, la viteſſe du vaiſſeau ſeroit $= 0,2198 . c$: ou bien la viteſſe du vaiſſeau ſeroit à peu près la cinquieme partie de celle du vent.

§. 32.

Si nous comparons la direction du vent V F avec la route du vaisseau F X, il eſt d'abord évident, que l'angle V F X doit être plus grand que l'angle $SFX = \eta + \Phi$. Or ſi nous conſidérons la premiere table, nous voyons, que la ſomme des deux angles $\eta + \Phi$ devient, en descendant, de plus en plus petite jusqu'à un certain point, au delà duquel cette ſomme augmente de nouveau. Il eſt donc bien important de connoître la dispoſition des voiles, où la ſomme $\eta + \Phi$ ou l'angle S F X devient le plus petit, puisqu' en donnant à l'obliquité du vent $VFS = \theta$ la plus petite valeur, où le vent peut encore agir ſur la voile, on aura le cas, où l'angle V F X devient le plus petit: & partant dans ce cas la route du vaiſſeau F X approchera à la direction du vent F V, le plus qu'il eſt poſſible: ou bien le vaiſſeau avancera contre le vent autant qu'il eſt poſſible. On dit alors que

le

le vaiſſeau va au plus près, & on regarde cette qualité d'aller au plus près comme une très excellente proprieté des vaiſſeaux. Elle dépend principalement de l'eſpece des vaiſſeaux, & nous avons déja fait remarquer cy-deſſus, que plus un vaiſſeau a de longueur par rapport à ſa largeur, plus auſſi eſt il propre à avancer contre le vent, ou à aller au plus près. Donc pour bien développer cet objet, rapportons ici pour chaque eſpece de vaiſſeaux les angles $SFA = \eta$ & $AFX = \Phi$, dont la ſomme $\eta + \Phi$ devient la plus petite: c'eſt que cette petite table nous fera voir.

TABLE.

Eſpeces des vaiſſ.	AFS=η		AFX=Φ		SFX=η+Φ	
$a=3\ b$	13°	7′	29°	30′	42°	37′
$a=3\frac{1}{2}b$	11	4	26	4	37	8
$a=4\ b$	9	54	23	45	33	39
$a=4\frac{1}{2}b$	9	24	20	0	29	24
$a=5\ b$	8	2	18	27	26	29
$a=5\frac{1}{2}b$	7	54	16	18	24	12
$a=6\ b$	7	10	15	4	22	14

Ces derniers angles SFX étant augmentés de l'obliquité du vent VFS = θ, montreront à quel dégré chaque vaiſſeau eſt capable, d'aller au plus près. Mais on comprend aiſément, qu'on ne ſauroit prendre l'angle θ trop petit, puiſque le vent ne ſauroit alors agir ſur les voiles, à cauſe de leurs courbures: & par cette raiſon il ſemble, qu'on ne ſauroit diminuer l'angle θ au delà d'un point, ou de 11° 15′. Suppoſant donc l'angle VFS = 11° 15′, nous aurons les angles du plus près VFX, comme cette table indique

TABLE.

Eſpeces des vaiſſeaux.	Angles du plus près VFX
$a = 3\ b$	53° 52′
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	48 23
$a = 4\ b$	44 54
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	40 39
$a = 5\ b$	37 44
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	35 27
$a = 6\ b$	33 29

D'où

D'où l'on voit, qu'un vaiſſeau de la derniere eſpèce $a = 6\,b$ ſeroit capable de marcher contre le vent juſqu'à trois points à peu près.

§. 33.

Mais comme dans ces courſes l'obliquité des voiles devroit être exceſſive, ou l'angle A F S ſi petit qu'on ne le ſauroit presque obtenir dans l'execution à cauſe de la courbure des voiles; il eſt pour la plus part plus avantageux, de ne pas donner à l'angle $SFX = \eta + \Phi$ ſa plus petite valeur, mais de le prendre plutôt de quelques dégrés plus grand: afin que l'angle A F S ne devienne pas ſi extrémement petit. Pour faciliter ce choix, nous ajouterons ici encore la table ſuivante.

III. TABLE.

Qui donne les angles $SFX = \eta + \Phi$, pour toutes les obliquités des voiles $AFS = \eta$, & les ſept eſpeces des vaiſſeaux.

L'angle.	Eſpeces des vaiſſeaux.							
$AFS = \eta$	$a = 3\,b$		$a = 3\frac{1}{2}\,b$		$a = 4\,b$		$a = 4\frac{1}{2}\,b$	
90°	90°	0′	90°	0′	90°	0′	90°	0′
85	89	35	88	40	87	59	87	30
80	86	31	85	11	84	14	83	33
75	82	58	81	40	80	27	79	42
70	79	19	77	25	76	5	75	7
65	75	30	73	24	71	54	70	48
60	71	41	69	19	67	39	66	25
55	67	50	65	15	63	25	62	4
50	64	1	61	11	59	12	57	44
45	60	12	57	12	55	2	53	26
40	56	33	53	16	50	55	49	11
35	52	26	49	30	46	57	45	4
30	49	43	45	52	43	6	41	3
25	46	43	42	31	39	29	37	15
20	44	17	39	42	36	20	33	48
15	42	44	37	39	33	51	30	56
10	42	57	37	13	32	50	29	26
5	47	37	41	8	35	52	31	36

III. Ta-

III. TABLE.

Qui donne les angles $SFX = \eta + \Phi$, pour toutes les obliquités des voiles $AFS = \eta$, & les ſept eſpeces des vaiſſeaux.

L'angle.	Eſpeces des vaiſſeaux.					
$AFS = \eta$	$a = 5\ b$		$a = 5\frac{1}{2}b$		$a = 6\ b$	
90°	90°	0′	90°	0′	90°	0
85	87	9	86	52	86	37
80	83	2	82	38	82	19
75	78	55	78	23	77	57
70	74	22	73	47	73	19
65	69	57	69	17	68	46
60	65	29	64	45	64	11
55	61	3	60	14	59	37
50	56	37	55	44	55	3
45	52	13	51	15	50	31
40	47	52	46	49	45	59
35	43	37	42	29	41	34
30	39	27	38	13	37	13
25	35	31	34	7	33	1
20	31	50	30	18	29	4
15	28	44	26	57	25	32
10	26	46	24	38	22	55
5	28	9	25	20	23	1

De là on voit, qu'en prennant l'angle $\eta = 15°$, on ne perdra ſur le plus près que quelques minutes pour les premieres éſpeces, & ſeulement deux dégrés pour la derniere : & cette difference ne ſauroit être ſenſible dans la pratique.

CHAPITRE V.

Sur le plus prompt ſillage des vaiſſeaux; leur route & la direction du vent étant données.

§. 34.

Nous nous propoſons, de donner dans ce chapitre la réſolution du Probleme rapporté déja cy-deſſus, & qui renferme le grand art du pilote.

La route d'un vaiſſeau & la direction du vent étant données, trouver la diſpoſition tant du vaiſſeau même, que des voiles, pour qu'il coure le plus vite ſur la route propoſée. Tab. II. Fig. 7.

Nous ſuppoſons ici que le vent apparent ſoit donné, puisque les obſervations faites ſur un vaiſſeau ne nous donnent à connoitre que le vent apparent. Soit donc V F la direction du vent apparent & ſa viteſſe

$= c$, & que la ligne F X repréſente la route, que le vaiſſeau doit tenir. Ces deux directions étant données, poſons l'angle V F X $= \delta$, qui eſt donc connû. Enſuite pour les quantités qu'il faudra déterminer, ſoit l'obliquité des voiles A F S $= \eta$: d'où l'on trouve par la premiere table du chapitre précédent la dérive du vaiſſeau ou l'angle A F X $= \Phi$; & de là on aura l'angle d'incidence du vent V F S $= \theta = \delta - \eta - \Phi$. Des ces élémens nous avons trouvé cy-deſſus la vitſſe du vaiſſeau

$$v = c. \text{ ſin. } \theta \sqrt{\frac{\alpha. b\, b}{600. a. e}}$$

où la lettre s marque la formule

$$\frac{\text{ſin. } \Phi^2}{\text{ſin. } \psi} = \frac{\text{ſin. } \Phi^2.}{\text{coſ. } \eta}$$

à cauſe de $\eta = 90 - \psi$. Par conſéquent pour réſoudre notre Probleme, il s'agit de trouver la valeur de l'angle η, pour que cette formule

$$\frac{\text{ſin. } \theta.}{\text{ſin. } \Phi} \sqrt{\text{coſ. } \eta} = \frac{\text{ſin. } (\delta - \eta - \Phi)}{\text{ſin. } \Phi} \sqrt{\text{coſ. } \eta}$$

acquiere la plus grande valeur qu'il eſt

eſt poſſible: où il faut ſe ſouvenir de la relation entre les angles η & Φ, qui étoit cot. $\eta = \frac{a^2}{2b^2}$. tang. Φ^2.

§. 35.

Or traitant cette formule conformement aux regles, que l'Analyſe préſcrit pour trouver les plus grands ou les plus petits, on parvient à cette égalité finale:

$$\text{tang.}(\delta-\eta) = \tfrac{1}{2}\,\text{tang.}\,\eta\left(\frac{2-\text{tang.}\eta.\text{tang.}\Phi}{1-\text{tang.}\eta\,\text{tang}\,\Phi}\right)$$

de la quelle on devroit conclure les angles η & Φ, pour chaque angle propoſé δ. Mais puisque cela exigeroit des calculs trop embaraſſans, il vaudroit mieux de renverſer la queſtion & de chercher l'angle δ pour toutes les angles η & Φ. Car en effet ayant diſpoſées toutes ces valeurs dans une table ſemblable à celle du chapitre précédent, il ſera aiſé de renverſer pour la ſeconde fois la queſtion, & d'aſſigner pour chaque angle δ, les angles η & Φ. Ce ſera la ſolution de notre probleme.

Table

TABLE.

Qui marque pour tous les angles AFS = η & les ſept éſpeces des vaiſſeaux, l'angle VFX = δ compris entre la direction du vent VF & la route du vaiſſeau FX.

L'angle AFS = η	Eſpeces des vaiſſeaux. $a = 3\,b$	$a = 3\frac{1}{2}\,b$	$a = 4\,b$	$a = 4\frac{1}{2}\,b$
90°	180°	180°	180°	180°
85	178 53′	176 50′	175 41′	175 0′
80	172 13	170 12	168 59	168 11
75	165 33	163 24	162 4	161 11
70	158 40	156 23	154 57	153 59
65	151 38	149 13	147 40	146 37
60	144 18	141 44	140 5	138 57
55	136 46	134 4	132 21	131 10
50	128 43	125 53	124 5	122 51
45	120 20	117 25	115 35	114 19
40	111 10	108 10	106 19	105 1
35	101 28	98 29	96 41	95 25
30	90 32	87 34	85 50	84 36
25	78 36	75 58	74 24	73 18
20	64 55	62 37	61 13	60 16
15	50 17	48 38	47 38	46 56
10	33 20	32 21	31 45	31 19
5	16 19	16 0	15 46	15 37

Table

TABLE.

Qui marque pour tous les angles AFS = η & les ſept éſpeces des vaiſſeaux, l'angle VFX = δ compris entre la direction du vent VF & la route du vaiſſeau FX.

L'angle.	Eſpeces des vaiſſeaux.		
AFS = η	$a = 5\ b$	$a = 5\frac{1}{2}\ b$	$a = 6\ b$
90°	180°	180°	180°
85	174 33′	174 13′	173 56′
80	167 38	167 13	166 55
75	160 33	160 5	159 44
70	153 16	152 44	152 19
65	145 51	145 16	144 49
60	138 8	137 31	137 3
55	130 18	129 39	129 10
50	121 56	121 15	120 44
45	113 23	112 41	112 8
40	104 5	103 22	102 56
35	94 30	93 48	93 24
30	83 41	83 1	82 29
25	72 27	71 54	70 25
20	59 29	59 3	58 36
15	46 23	46 4	45 44
10	31 1	30 49	30 36
5	15 31	15 26	15 22

§. 36.

Digitized by Google

§. 36.

Lorsque le vaiſſeau a d'abord été en repos, & qu'on aura reglé la diſpoſition ſur le vent vrai, dès que le vaiſſeau commencera à courir, le vent paroîtra changer de direction quoiqu'il demeure le même. Il faudra donc alors changer la diſpoſition conformement aux regles que nous venons de donner, à méſure que la direction du vent varie, de la même maniere que ſi le vent avoit effectivement changé. Or comme le vaiſſeau acquiert aſſés vite la viteſſe, que le vent eſt capible de lui imprimer, tout le changement à faire pourra s'achéver en très peu de temps: de ſorte que bientôt on pourra être aſſuré, ſi la diſpoſition qu'on aura donnée au vaiſſeau & aux voiles eſt d'accord avec les regles trouvées, ou non? & dans le dernier cas on remettra aiſément tout dans ſon juſte état. Au reſte il eſt bon d'obſerver que par tout ou il s'agit d'un *maximum* ou *minimum*, une

une petite aberration des regles préſcrites ne change prèsque rien dans l'effet: enſorte que le pilote pourra toujours être très content, tandis que la diſpoſition qu'il aura faite ne s'écarte pas conſidérablement de la regle donnée: & partant nous ne nous embaraſſerons plus de la différence entre le vent vrai & apparent.

§. 37.

Pour faire voir comment un pilote doit ſe ſervir de la table que nous venons de donner, developpons un exemple pour un vaiſſeau qui appartient à l'eſpece $a = 4\frac{1}{2}b$, & ſuppoſons que la direction du vent V F fait avec la route FX que le vaiſſeau doit tenir, un angle $VFX = 138°.57'$; & notre table nous donne d'abord à connoître, qu'il faut prendre l'obliquité des voiles ou l'angle $AFS = 60°$. Or alors la premiere table du chapitre précédent (pag. 267.) nous fournit la dérive $AFX = 6°.25'$; & partant l'angle $SFX = 66°.25'$. De là nous tirons l'angle Tab. II. Fig. 9.

gle $VFS = \theta = \delta + \eta - \Phi = 72°, 32'$: par conſéquent le pilote diſpoſera les voiles enſorte que leur obliquité on l'angle AFS devient $= 60°$; enſuite il fera tourner le vaiſſeau de maniere, que le vent tombe ſur les voiles ſous un angle $VFS = 72°. 32'$, & il ſera aſſuré que le vaiſſeau ſillera ſur la route propoſée FX avec la dérive $AFX = 6°. 25'$, & même le plus vite qu'il eſt poſſible. On pourra auſſi aſſigner cette plus grande viteſſe même, que le vaiſſeau recevra dans cet état: on n'a qu'à tirer de la ſeconde table du chapitre précédent (pag. 268.) la valeur de la formule $\frac{\sin. \Phi^2}{\sin. \Psi} = s = 0,0250$. Enſuite puiſque $a = \frac{9}{2} b$, prenons $e = \frac{2}{3} b$, & $ff = 3bb$ pour la ſurface de toutes les voiles, & nous trouverons la viteſſe du vaiſſeau

$$v = c. \sin. (72°. 32') \sqrt{\frac{3bb}{10,0.0,0250.bb}}$$

$= \frac{6}{5} \sin. (72°. 32')$, ou bien $v = 0,318.c$: de ſorte que le vaiſſeau acquerra aſſés prés trois dixiemes parties de la viteſſe du vent. Donc ſi le vent ſouffloit avec

une

une viteſſe de 30 pieds dans une ſeconde, la viteſſe du vaiſſeau ſeroit de 9 pieds: donc puiſqu'une Verſte contient 3500 pieds, il lui faudroit 389 ſecondes ou bien $6\frac{1}{2}$ minutes, pour parcourir l'éſpace d'une Verſte. Cet exemple paroit très propre à enſeigner l'uſage des nos regles.

§. 38.

On ſera ſurpris, de trouver dans notre derniere table pour les angles Fig. 7. $VFX = \delta$ des valeurs beaucoup plus petites, que ſont les limites aſſignées cy-deſſus, pour aller au plus près. Par exemple prenant l'angle $AFS = \eta = 5°$, cette table donne pour la premiere éſpece des vaiſſeaux où $a = 3b$, l'angle $\delta = 16°. 19'$, tandis que nous avons vû cy-deſſus, qu'un tel vaiſſeau ne ſauroit avancer vers le vent que ſous un angle $VFX = 53°. 52'$; or cette ſurpriſe évanouïra bientôt, quand nous conſidèrerons les conditions, ſous leſquelles ce petit angle $VFX = 16°. 19'$ devroit avoir lieu:

car ayant l'angle $SFA = \eta = 5°$, la dérive ſera $AFX = \Phi = 42°.37'$ & partant l'angle $SFX = \eta + \Phi = 47°.37'$, qui étant ſoustrait de l'angle $VFX = 16°.19'$, laiſſe pour l'angle VFS la valeur $\theta = -31°.28'$, laquelle étant négative marque, que le vent devroit frapper la voile de l'autre coté; de ſorte que le vaiſſeau ſeroit pouſſé en arriere. Et en éffet puiſqu' auſſi le ſinus de l'angle θ devient négatif, notre formule produira une viteſſe négative laquelle, quoiqu'elle puiſſe être un maximum ou minimum pour cette courſe, doit être entierement exclûe des nos recherches. Donc en général toutes les fois que notre table donne pour l'angle $VFX = \delta$ une plus petite valeur que $SFX = \eta + \Phi$, ces cas doivent être rejettés comme abſolument impoſſibles puiſqu' alors l'angle d'incidence du vent $VFS = \theta = \delta - \eta - \Phi$ deviendroit négatif. A cauſe de cette circonſtance les plus petites valeurs, qu'on puiſſe admettre pour

pour l'angle V F X $= \delta$ ſont celles où $\delta = \eta + \Phi$ & partant l'angle $\theta = 0$; enſorte que le vaiſſeau reſteroit en répos. Mettons donc devant les yeux ces véritables limites de l'angle V F X $= \delta$ pour chaque eſpece de vaiſſeaux :

TABLE des angles δ, η & Φ.

Eſpeces des vaiſſeaux.	VFX$=\delta$	SFA$=\eta$	AFX$=\Phi$
$a = 3\,b$	42° 37′	13° 7′	29° 30′
$a = 3\frac{1}{2}\,b$	37 8	11 4	26 4
$a = 4\,b$	33 39	9 54	23 45
$a = 4\frac{1}{2}\,b$	29 24	9 24	20 0
$a = 5\,b$	26 29	8 2	18 27
$a = 5\frac{1}{2}\,b$	24 12	7 54	16 18
$a = 6\,b$	22 14	7 10	15 4

§. 39.

Or pour épargner aux pilotes la peine de developper tous les élémens, que nos tables renferment, nous ajouterons ici des tables particulieres pour chaque eſpece de vaiſſeaux. La premiere colonne de chaqu'une contiendra

les angles donnés V F X, compris entre la direction du vent & la route du vaiſſeau. Nous commencerons par la plus petite valeur de cet angle, où le vaiſſeau demeure entièrement en répos, & de là nous monterons ſucceſſivement jusqu'à 180°. La ſeconde colonne donnera à connoître les obliquités des voiles, ou l'angle A F S $= \eta$: & la troiſieme nous marquera la dérive, ou l'angle A F X $= \Phi$. Enſuite la quatrieme colonne indiquera la ſomme des deux derniers angles, ou S F X $= \eta + \Phi$, qui étant ôtée de l'angle δ laiſſera pour reſte l'incidence du vent, ou l'angle V F S $= \theta = \delta - \eta - \Phi$, que montrera la cinquieme colonne. Enfin dans la ſixieme colonne nous ajouterons les valeurs de la formule

$$s = \frac{\text{ſin. } \Phi^2}{\text{ſin. } \psi} = \frac{\text{ſin. } \Phi^2}{\text{coſ. } \eta},$$

que nous tirerons de la ſeconde table du chapitre précedent, dont on aura beſoin pour trouver la viteſſe même du vaiſſeau.

I. Table.

I. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la premiere eſpece, $a = 3\,b$.

V F X δ	A F S η	A F X Φ	S F X $\eta + \Phi$	V F S θ	$s = \frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\psi}$
42°37′	13°7′	29°30′	42° 37′	0° 0′	- - -
50 17	15 0	27 44	42 44	7 33	0,2269
64 55	20 0	24 17	44 17	20 38	0,1800
78 36	25 0	21 43	46 43	31 53	0,1468
90 32	30 0	19 43	49 43	40 49	0,1314
101 28	35 0	17 26	52 26	49 2	0,1109
111 10	40 0	16 33	56 33	54 37	0,1059
120 20	45 0	15 12	60 12	60 8	0,0972
128 43	50 0	14 1	64 1	64 42	0,0918
136 46	55 0	12 50	67 50	68 56	0,0864
144 48	60 0	11 41	71 41	73 7	0,0820
151 38	65 0	10 30	75 30	76 8	0,0781
158 40	70 0	9 19	79 19	79 21	0,0766
165 33	75 0	7 58	82 58	82 35	0,0751
172 13	80 0	6 31	86 31	85 42	0,0741
178 53	85 0	4 35	89 35	89 18	0,0738
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0741

Digitized by Google

II. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la ſeconde éſpece $a = 3\frac{1}{2}\,b$.

VFX δ	AFS η	AFX Φ	SFX $\eta + \Phi$	VFS θ	$s = \frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\Psi}$
37° 8′	11° 4′	26° 4′	37° 8′	0° 0′	- - -
48 38	15 0	22 39	37 39	10 59	0,1535
62 37	20 0	19 42	39 42	22 55	0,1209
75 58	25 0	17 31	42 31	33 27	0,0965
87 34	30 0	15 52	45 52	41 42	0,0863
98 29	35 0	14 30	49 30	48 59	0,0753
108 10	40 0	13 16	53 16	54 54	0,0688
117 25	45 0	12 12	57 12	60 13	0,0628
125 53	50 0	11 11	61 11	64 42	0,0585
134 4	55 0	10 15	65 15	68 49	0,0550
141 44	60 0	9 19	69 19	72 25	0,0524
149 13	65 0	8 24	73 24	75 49	0,0503
156 23	70 0	7 25	77 25	78 58	0,0489
163 24	75 0	6 40	81 40	81 44	0,0477
170 12	80 0	5 11	85 11	85 1	0,0470
176 50	85 0	3 40	88 40	88 10	0,0464
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0466

III. Ta-

III. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la troiſieme éſpece $a = 4\,b$.

V F X δ	A F S η	A F X Φ	S F X $\eta + \Phi$	V F S θ	$s = \frac{\sin. \Phi^n}{\sin. \psi}$
33° 39′	9° 54′	23° 45′	33° 39′	0° 0′	- - -
47 38	15 0	18 51	33 51	13 47	0,1080
61 13	20 0	16 20	36 20	24 53	0,0842
74 24	25 0	14 29	39 29	34 55	0,0704
85 50	30 0	13 6	43 6	42 44	0,0593
96 41	35 0	11 57	46 57	49 44	0,0515
106 19	40 0	10 55	50 55	55 24	0,0468
115 35	45 0	10 2	55 2	60 33	0,0426
124 5	50 0	9 12	59 12	64 53	0,0398
132 21	55 0	8 25	63 25	68 56	0,0373
140 5	60 0	7 39	67 39	72 26	0,0354
147 40	65 0	6 54	71 54	75 46	0,0339
154 57	70 0	6 5	76 5	78 52	0,0328
162 4	75 0	5 27	80 27	81 37	0,0320
168 59	80 0	4 14	84 14	84 45	0,0314
175 41	85 0	2 59	87 59	87 42	0,0311
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0312

Digitized by Google

IV. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la quatrieme éſpece $a = 4\frac{1}{2}\,b$.

VFX δ	AFS η	AFX Φ	SFX $\eta+\Phi$	VFS θ	$s=\frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\psi}$
29°24′	9°24′	20° 0′	29°24′	0° 0′	- - -
31 19	10 0	19 26	29 26	1 53	0,1124
46 56	15 0	15 56	30 56	16 0	0,0780
60 16	20 0	13 48	33 48	26 28	0,0605
73 18	25 0	12 15	37 15	36 3	0,0499
84 36	30 0	11 3	41 3	43 33	0,0424
95 25	35 0	10 4	45 4	50 21	0,0367
105 1	40 0	9 11	49 11	55 50	0,0332
114 19	45 0	8 26	53 26	60 53	0,0298
122 51	50 0	7 44	57 44	65 7	0,0281
131 10	55 0	7 4	62 4	69 6	0,0262
138 57	60 0	6 25	66 25	72 32	0,0250
146 37	65 0	5 48	70 48	75 49	0,0239
153 59	70 0	5 7	75 7	78 52	0,0233
161 11	75 0	4 42	79 42	81 29	0,0226
168 11	80 0	3 33	83 33	84 38	0,0221
175 0	85 0	2 30	87 30	87 30	0,0219
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0219

V. Ta-

V. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la cinquieme eſpece $a = 5\,b$.

VFX δ	AFS η	AFX Φ	SFX $\eta + \Phi$	VFS θ	$s = \frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\psi}$
26°29′	8° 2′	18°27′	26°29′	0° 0′	- - -
31 1	10 0	16 46	26 46	4 15	0,0845
46 23	15 0	13 44	28 44	17 39	0,0582
59 29	20 0	11 50	31 50	27 39	0,0447
72 27	25 0	10 31	35 31	36 56	0,0374
83 41	30 0	9 27	39 27	44 14	0,0311
94 38	35 0	8 37	43 37	51 1	0,0273
104 5	40 0	7 52	47 52	56 13	0,0244
113 23	45 0	7 13	52 13	59 10	0,0221
121 56	50 0	6 37	56 37	65 19	0,0207
130 18	55 0	6 3	61 3	69 15	0,0191
138 8	60 0	5 29	65 29	72 39	0,0182
145 51	65 0	4 57	69 57	75 54	0,0174
153 16	70 0	4 22	74 22	78 54	0,0170
160 33	75 0	3 55	78 55	81 38	0,0165
167 38	80 0	3 2	83 2	84 36	0,0162
174 33	85 0	2 9	87 9	87 24	0,0161
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0160

VI. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la ſixieme éſpece $a = 5\frac{1}{3}b$.

V F X δ	A F S η	A F X Φ	S F X $\eta + \Phi$	V F S θ	$s = \frac{\sin.\Phi^2}{\sin.\psi}$
24°12′	7°54′	16°18′	24°12′	0° 0′	- - -
30 49	10 0	14 38	24 38	6 11	0,0647
46 4	15 0	11 57	26 57	19 7	0,0444
59 3	20 0	10 18	30 18	28 45	0,0340
71 54	25 0	9 7	34 7	37 47	0,0264
83 1	30 0	8 13	38 13	44 48	0,0236
93 48	35 0	7 29	42 29	51 19	0,0203
103 22	40 0	6 49	46 49	56 33	0,0184
112 41	45 0	6 15	51 15	61 26	0,0167
121 15	50 0	5 44	55 44	65 31	0,0155
129 39	55 0	5 14	60 14	69 25	0,0145
137 31	60 0	4 45	64 45	72 46	0,0137
145 16	65 0	4 17	69 17	75 59	0,0131
152 44	70 0	3 47	73 47	78 57	0,0127
160 5	75 0	3 23	78 23	81 42	0,0124
167 13	80 0	2 38	82 38	84 35	0,0123
174 13	85 0	1 52	86 52	87 21	0,0122
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0120

VII. Ta-

VII. TABLE.

Du plus prompt ſillage pour les vaiſſeaux de la ſeptieme eſpece $a = 6. b.$

VFX δ	AFS η	AFX Φ	SFX $\eta + \Phi$	VFS θ	$s = \frac{\sin. \Phi^2}{\sin. \Psi}$
22°14′	7°10′	15° 4′	22°14′	0° 0′	- - -
30 36	10 0	12 55	22 55	7 41	0,0508
45 44	15 0	10 32	25 32	20 12	0,0346
58 36	20 0	9 4	29 4	29 32	0,0269
70 25	25 0	8 1	33 1	37 24	0,0207
82 29	30 0	7 13	37 13	45 16	0,0182
93 24	35 0	6 34	41 34	51 50	0,0159
102 56	40 0	5 59	45 59	56 57	0,0142
112 8	45 0	5 31	50 31	61 37	0,0129
120 44	50 0	5 3	55 3	65 41	0,0121
129 10	55 0	4 37	59 37	69 33	0,0113
137 3	60 0	4 11	64 11	72 52	0,0106
144 49	65 0	3 46	68 46	76 3	0,0101
152 19	70 0	3 19	73 19	79 0	0,0097
159 44	75 0	2 57	77 57	81 47	0,0096
166 55	80 0	2 19	82 19	84 36	0,0095
173 56	85 0	1 37	86 37	87 19	0,0094
180 0	90 0	0 0	90 0	90 0	0,0092

Digitized by Google

§. 40.

Donc toutes les fois, que l'angle prescrit V F X $= \delta$ se rencontre, ou exactement dans ces tables, ou seulement à peu près, on donnera aux angles η & Φ les valeurs, qui y sont marquées; vû qu'une petite difference dans l'angle V F S $= \theta$ ne sauroit troubler le plus prompt sillage. Mais si cet angle δ s'écarte considérablement de ceux, qui se trouvent dans nos tables, il ne sera pas difficile de prendre quelque juste milieu; ce que nous éclaircirons par un exemple. Soit le vaisseau de la cinquieme espece ou $a = 5.b$, & l'angle propolé V F X $= \delta = 90°$; & il est clair, que prenant un milieu entre les angles 83°. 41′ & 94°. 38′, qui se trouvent dans cette Vme. table, on mettra $\eta = 33°$, $\Phi = 8°$ & $s = 0,028$, & alors il faudra diriger le vaisseau ensorte par rapport à la course prescrite F X, que la dérive ou l'angle A F X devienne $= 8°$. Outre cela les voiles doivent

Tab. III. Fig. 10.

être

être placées de maniere, que l'angle AFS devienne $= 33°$; de ſorte que SFX $= 41°$, & partant l'angle d'incidence VFS $= \theta = 49°$: ce qui ſera la diſpoſition la plus avantageuſe. Pour trouver la viteſſe même du vaiſſeau

$$v = c.\ \text{ſin.}\ \theta.\ \sqrt{\frac{abb}{600.\ ae}},$$

où abb exprime toute la ſurface des voiles, qui ſoit dans notre vaiſſeau $= 4\,bb$, & puiſque $a = 5.\ b$, ſuppoſons le tirant d'eau $e = \frac{1}{3}\,b$; nous aurons donc $ae = \frac{5}{3}\,bb$ & partant

$$v = c.\ \text{ſin.}\ 49°.\sqrt{\tfrac{1}{7}} = 0,2853.\,c;$$

de ſorte que la viteſſe du vaiſſeau ſera à celle du vent, comme $28\frac{1}{2}$: 100. Ainſi ſi la viteſſe du vent étoit de 30 pieds par ſeconde, celle du vaiſſeau ſeroit de $8\frac{1}{2}$ pieds; ou bien il parcourreroit l'eſpace d'une Verſte en $412'' = 6'.\ 52''$, ou à peu près en 7 minutes. Ce ſera donc la plus grande viteſſe, que ce vaiſſeau pourra acquerir ſous les circonſtances preſcrites.

CHA-

louvoïer, qui fournit aux marins un excellent moyen de profiter même d'un vent directement contraire: & nous nous proposons dans ce chapitre de rechercher les dispositions nécessaires, pour que le vaisseau puisse arriver le plus promtement de F à F'' contre la direction du vent.

§. 42.

On pensera peut être d'abord, qu'il seroit bon d'établir l'angle V F X aussi petit que le vaisseau puisse encore avancer; mais il faut bien considérer, que plus on diminue cet angle & qu'on l'approche des limites marquées dans les sept dernieres tables du chapitre précédent, le mouvement deviendroit d'autant plus lent; enforte qu'il vaudra toujours mieux d'ouvrir cet angle d'avantage, pour procurer au vaisseau une plus grande viteſſe, d'où le vaisseau puisse approcher plus promtement contre le vent. Après cette remarque il est évident, que pour arriver à ce but

il

il faut prendre l'angle V F X $= \delta$: enſorte que non pas la viteſſe v qui ſera imprimée au vaiſſeau, mais plutôt celle qui en réſulte pour la direction F V, devienne la plus grande. Or cette viteſſe étant $v.$ cof. δ, il faut chercher la diſpoſition, où la valeur de cette formule $v.$ cof. δ devienne la plus grande, qu'il eſt poſſible.

§. 43.

Or ayant établi les quatre angles η, Φ, θ & δ, dont les ſignifications ont déja été ſouvent expliquées, la viteſſe du vaiſſeau a été trouvée

$v = c.\text{ſin.}\theta.\sqrt{\frac{\alpha bb}{600.ae}} = c.\text{ſin.}\theta.\sqrt{\frac{\alpha bb.\text{cof.}\eta}{600ae.\text{ſin.}\Phi}}$.

Il faut donc, que cette formule multipliée par cof. δ devienne un *maximum*: ômettant donc le facteur connû, $c.\sqrt{\frac{\alpha bb}{600ae}}$, la formule qui doit devenir un *maximum* ſera ſin. θ. cof. $\delta.\sqrt{\frac{\text{cof.}\eta}{\text{ſin.}\Phi}}$, ou bien $\frac{\text{ſin.}\theta.\text{cof.}\delta.\sqrt{\text{cof.}\eta}}{\text{ſin.}\Phi}$. Où il faut remarquer, que l'angle Φ eſt déja déterminé par l'angle η, & que connoiſſant l'angle θ,

CHAPITRE VI.

Sur la mellieure maniere de louvoïer pour arriver au vent.

§. 41.

Ayant vû qu'un vaiſſeau peut courrir ſur une telle route, qu'il fait avec la direction du vent un angle plus ou moins aigû, on comprendra aiſément la poſſibilité de diriger la courſe du vaiſſeau enſorte, qu'il arrive enfin à un lieu ſitué ſur la direction du vent même. Car ſoit F le lieu du vaiſſeau au commencement, que le vent vienne dans la direction V F & qu'on ſe propoſe de parvenir à quelque endroit F″ ſitué ſur la direction du vent même; de ſorte qu'il ſeroit abſolument impoſſible d'y arriver par la route droite F F″. Or pour cet effet on ſuivra d'abord une route oblique, vers la droite par exemple

Tab. III. Fig. 11.

ple ſelon la direction F X; ce qui ſe pourra executer d'une infinité des manieres differentes, ſelon que l'angle V F X eſt plus ou moins grand : & nous avons enſeigné les diſpoſitions néceſſaires, pour que le vaiſſeau coure le plus vite ſur cette route F X. Enſuite étant parvenû après quelque tems jusqu'en X, on changera la diſpoſition du vaiſſeau ſur l'autre coté; afin que le vaiſſeau puiſſe à préſent marcher vers la gauche ſous la même obliquité par rapport au vent, & on le fera courir ſur cette route X F X′ également inclinée à la direction F V. Alors étant parvenû en X′, on pourra de nouveau changer la diſpoſition; enſorte que le vaiſſeau coure ſur la route X′ F″, encore également inclinée à la direction du vent. D'où l'on voit, que par une telle manoeuvre le vaiſſeau peut enfin arriver au lieu propoſé, en faiſant un ou pluſieurs zigzags, ſelon que les circonſtances l'exigent. Une telle route faite par zigzags eſt compriſe ſous le terme de lou-

louvoïer, qui fournit aux marins un excellent moyen de profiter même d'un vent directement contraire: & nous nous proposons dans ce chapitre de rechercher les dispositions nécessaires, pour que le vaisseau puisse arriver le plus promtement de F à F″ contre la direction du vent.

§. 42.

On pensera peut être d'abord, qu'il seroit bon d'établir l'angle V F X aussi petit que le vaisseau puisse encore avancer; mais il faut bien considérer, que plus on diminue cet angle & qu'on l'approche des limites marquées dans les sept dernieres tables du chapitre précédent, le mouvement deviendroit d'autant plus lent; ensorte qu'il vaudra toujours mieux d'ouvrir cet angle d'avantage, pour procurer au vaisseau une plus grande viteſſe, d'où le vaisseau puisse approcher plus promtement contre le vent. Après cette remarque il est évident, que pour arriver à ce but

il

il faut prendre l'angle V F X $= \delta$: enſorte que non pas la viteſſe v qui ſera imprimée au vaiſſeau, mais plustôt celle qui en réſulte pour la direction F V, devienne la plus grande. Or cette viteſſe étant $v.$ cos. δ, il faut chercher la diſpoſition, où la valeur de cette formule $v.$ cos. δ devienne la plus grande, qu'il eſt poſſible.

§. 43.

Or ayant établi les quatre angles η, Φ, θ & δ, dont les ſignifications ont déja été ſouvent expliquées, la viteſſe du vaiſſeau a été trouvée

$v = c.\text{fin.}\theta.\sqrt{\frac{\alpha bb}{600.ae}} = c.\text{ fin. }\theta.\sqrt{\frac{\alpha bb.\text{cos.}\eta}{600ae.\text{ſin.}\Phi^2}}$.

Il faut donc, que cette formule multipliée par cos. δ devienne un *maximum*: ômettant donc le facteur connû, $c.\sqrt{\frac{\alpha bb}{600ae}}$, la formule qui doit devenir un *maximum* ſera fin.θ. cos.δ. $\sqrt{\frac{\text{cos.}\eta}{\text{ſin.}\Phi}}$, ou bien $\frac{\text{ſin.}\theta.\text{cos.}\delta.\sqrt{\text{cos.}\eta}}{\text{ſin.}\Phi}$. Où il faut remarquer, que l'angle Φ eſt déja déterminé par l'angle η, & que connoiſſant l'angle θ,

on en a auſſi $\delta = \theta + \eta + \Phi$: de ſorte que nous n'avons ici que deux angles indéterminés η & θ: & que partant il faudra déterminer ces deux angles η & θ, pour que la valeur de notre formule devienne la plus grande. Pour cet éffet ſuppoſons d'abord, que l'angle η ſoit déja trouvé de ſorte que l'angle Φ le ſera auſſi, & il faudra faire enſorte, que la formule $\text{ſin.}\,\theta.\,\text{coſ.}\,\delta$ devienne un *maximum*, vû que l'autre facteur $\frac{\text{coſ.}\,\eta}{\text{ſin.}\,\Phi}$ a déja ſa juſte valeur. Or on ſait par la trigonométrie, que ce produit $\text{ſin.}\,\theta.\,\text{coſ.}\,\delta$ ſe reduit à cette formule

$$\tfrac{1}{2}.\,\text{ſin.}\,(\delta + \theta) - \tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\,(\delta - \theta).$$

Donc puisque $\delta = \eta + \Phi + \theta$ on aura $\delta - \theta = \eta + \Phi$; de ſorte que le ſinus de cet angle eſt déja déterminé, & qu'il ne nous reſte plus que de rendre le ſinus de l'angle $\delta + \theta$ le plus grand qu'il ſoit poſſible: ce qui arrive ouvertement lorsque $\delta + \theta = 90°$.

§. 44.

Après cette découverte nous n'avons plus beſoin, de chercher l'angle η qui

qui ſatisfait à notre queſtion; puiſque nous avons déja reſolu ce problème dans le chapitre précedent, où nous avons aſſigné pour chaque angle δ, les trois autres angles η, Φ & θ; pour que le vaiſſeau coure le plus promtement ſuivant chaque route propoſée. Voilà donc une très ſimple ſolution du problème, dont il s'agit ici: on n'a qu'à chercher dans les tables particulieres que nous avons données ſur la fin du chapitre précedent, le cas où la ſomme des deux angles $\delta + \theta$ donne $90°$; & alors on aura pour chaque éſpece de vaiſſeaux, le juſte angle δ qui détermine la route F X, que le vaiſſeau doit tenir en louvoyant. Ainſi pour la premiere éſpece de vaiſſeaux l'angle $\delta = 64°\,55'$ donne $\delta + \theta = 85°\,33'$ qui eſt trop petit, & l'angle ſuivant $\delta = 78°\,36'$ donne $\delta + \theta = 110°.\,29'$ qui eſt trop grand; d'où l'on voit, qu'il faut prendre environ $\delta = 67°\frac{1}{2}$, & alors on aura $\theta = 22°\frac{1}{2}$, au quel répond l'angle $\eta = 21°\frac{1}{4}$ & l'angle $\Phi = 23°\frac{3}{4}$. Par conſéquent pour un

vaiſſeau de la premiere éſpece, on doit régler la courſe pour bien louvoïer de cette maniere.

Tab. II. Fig. 12.

I°. $VFX = \delta = 67^\circ\frac{1}{2}$;

II°. $AFS = \eta = 21^\circ\frac{1}{4}$;

III°. $AFX = \Phi = 23^\circ\frac{1}{4}$; &

IV°. $VFS = \theta = 22^\circ\frac{1}{2}$.

Or pour la viteſſe on aura $s = 0{,}174$, & $600\,s = 104{,}4$ par conſéquent à cauſe de $a = 3\,b$ on aura

$$v = c.\ \text{ſin.}\ 22^\circ\tfrac{1}{2}.\ V\frac{\alpha b}{313{,}2.e}.$$

Donc la viteſſe contre le vent

$v\ \text{cof.}\ \delta = v.\ \text{ſin.}\ \theta = c.\ \text{ſin.}\ (22^\circ\tfrac{1}{2})^2.\ V\frac{\alpha b}{313{,}2.e}$;

d'où l'on trouve cette viteſſe

$$v.\ \text{cof.}\ \delta = 0{,}0083.\ c\ V\frac{\alpha b}{e};$$

où c marque la viteſſe du vent.

§. 45.

Sur le même pied on ſera le calcul pour les autres éſpeces de vaiſſeaux, en cherchant les angles $VFX = \delta$, $AFS = \eta$, $AFX = \Phi$, $SFX = \eta + \Phi$ &

& V F S $= \theta$, & outre cela la viteſſe contre le vent $v.$ cof. $\delta = v.$ ſin. θ, qui ſe reduit, comme nous avons vû, à une telle forme N. $c. V \frac{a}{c} b$, où N marque une certaine fraction décimale. Ayant donc de cette maniere fait les calculs pour toutes les autres éſpeces de vaiſſeaux, nous mettrons ici la table ſuivante.

TABLE.

Du plus prompt ſillage: en louvoïant contre le vent.

Eſpeces des vaiſſeaux	Dispoſition. VFX δ	AFS η	AFX Φ	VFS θ	La fraction N
$a = 3\ b$	67° 1/2	21°	23° 3/4	22° 1/2	0,0083
$a = 3\frac{1}{2}\ b$	65	21	19 1/4	25	0,0114
$a = 4\ b$	63 1/4	21	16	26 3/4	0,0142
$a = 4\frac{1}{2}\ b$	62	20 3/4	13 1/4	28	0,0177
$a = 5\ b$	61 1/4	20 1/2	12	28 3/4	0,0181
$a = 5\frac{1}{2}\ b$	60 1/2	20 1/2	10 1/2	29 1/2	0,0232
$a = 6\ b$	60 1/4	20 1/2	10	29 3/4	0,0273

Il convient de remarquer pour cette table, que les calculs n'ont pas été faits a la derniere rigueur; vû que dans la pratique

on ne ſauroit presque compter ſur un dégré tout entier: de ſorte qu'un plus haut dégré de préciſion auroit été très mal placé; outre qu'il auroit demandé des calculs aſſés ennuyans. Ainſi cette table ne ſera que trop ſuffiſante, pour s'y regler dans la pratique.

§. 46.

En conſidérant bien cette table on s'appercevra bientôt, que tout l'art du pilote pour bien louvoyer ſe reduit aux deux regles ſuivantes:

La Ire Regle régarde l'angle AFS=η, que les voiles doivent faire avec l'axe du vaiſſeau: & nous voyons, que cet angle ne varie, que depuis 21° jusqu'à 20°½. Puisque donc une difference d'un démidégré ne ſauroit rien changer dans l'éffet, le pilote pourra toujours diſpoſer les voiles en ſorte, que leur obliquité par rapport à l'axe du vaiſſeau ſoit environ 21°, ou bien 20°½.

La

La II^de Regle regarde l'angle V F S = θ, ſous lequel le vent frappe les voiles: cet angle varie dans notre table depuis 22° ½ jusqu'à 29° ¾. Puisque donc la plus part des vaiſſeaux ſe rapportent à quelqu'une des eſpeces moyennes entre $a = 3.b$ & $a = 6.b$, le pilote pourra toujours prendre un milieu entre ces deux limites, qui ſera à peuprès 26°; de ſorte qu'après avoir bien mis les voiles S F ſ Fig. 12. ſelon la premiere regle, il n'a qu'à tourner le vaiſſeau enſorte, que le vent y frappe ſous un angle de 26°. Cependant il ſera bien d'obſerver, qu'en cas que le vaiſſeau apartienne à quelqu'une des premieres eſpeces, il doit diminuer de quelques dégrés cet angle de 26°; & en cas que le vaiſſeau approche à quelqu'une des dernières eſpeces, il doit augmenter le même angle de quelques dégrés. Au reſte il

n'importera pas beaucoup, quand même il s'écarteroit de la regle trouvée d'un dégré ou même au delà; puisque dans toutes les recherches, qui roulent ſur un *maximum* ou *minimum*, une petite aberration n'eſt d'aucune conſéquence. Or ayant bien obſervé ces deux regles, le pilote pourra être aſſuré, que ſon vaiſſeau arrivera vers le vent auſſi vîte, qu'il ſera poſſible; quand même il ne connoîtroit point la dérive ou l'angle A F X, dont il trouvera cependant aiſement la vraïe valeur par notre table.

Enfin il eſt encore bon de remarquer le grand avantage, que les longs vaiſſeaux ont ſur ceux, qui ſont plus courts. Car nous voyons, que tant que la formule $V \frac{\alpha b}{e}$ demeure la même avec la viteſſe du vent, les vaiſſeaux de la premiere eſpece n'avancent contre le vent, qu'avec une viteſſe qui eſt comme 0,0083; pendant que ceux de

de la dernière éſpece eſt comme 0,0273, qui eſt plus de trois fois plus grande; de ſorte qu'un vaiſſeau de la ſeptieme éſpece eſt capable d'avancer contre le vent trois fois plus vîte, qu'un vaiſſeau de la premiere éſpece.

§. 47.

Si l'on ſe propoſoit d'avancer non contre le vent même, mais contre une autre direction qui en ſeroit un peu éloignée (car pour des directions, qui en ſont fort éloignées les vaiſſeaux y peuvent courir directemet), la méthode dont nous nous ſommes ſervis cy-deſſus, nous conduira auſſi aiſement à la réſolution de ce cas. Ainſi quand le vent vient dans la direction V F & qu'on veuille avancer contre la direction F U, l'angle V F U étant $= \gamma$, poſons comme cy-deſſus l'angle V F X $= \delta$, où F X marque la route du vaiſſeau, & que l'angle ſous lequel le vent frappe les voiles ſoit $= \theta$. Qu'on prenne un éſpace F $x = v$ égale à la Tab II. Fig. 13

viteſſe du vaiſſeau, & tirant de x ſur F U la perpendiculaire $x u$, à cauſe de l'angle $U F X = \delta - \gamma$, il faut faire enſorte, que l'eſpace $F u = v . \text{cof.} (\delta - \gamma)$ devienne un *maximum*. Donc conſiderant les angles η & Φ comme ayant déja leur juſte valeur, il faut que cette formule $\text{ſin.} \theta . \text{cof.} (\delta - \gamma)$ obtienne la plus grande valeur; ce qui arrivera, lorsque la ſomme des ces deux angles $\theta + \delta - \gamma$ devienne un angle droit, & de là on aura $\delta + \theta = 90^\circ + \gamma$. On n'aura donc qu'à chercher dans nos tables particulieres les cas, où la ſomme des deux angles $\delta + \theta$ devienne égale à $90^\circ + \gamma$; & de là on trouvera en même temps les angles η & Φ. Mais comme cette queſtion ne ſauroit ſe rencontrer que très rarement, il ſeroit ſuperflu de nous y arreter d'avantage, & nous remarquerons ſeulement encore, qu'on ne ſauroit jamais trop compter ſur un exact accord de l'expérience avec nos déterminations, quand le vaiſſeau ſille contre

Digitized by Google

tre le vent. La raiſon en eſt très évidente, puisque dans ce cas le vent ne frappe pas uniquement les voiles, mais auſſi toute la ſurface du vaiſſeau avec les mâts & tout le cordage, qui en eſt pouſſé en arriere; d'où l'effet exercé ſur les voiles doit être très conſidérablement alteré, & cela d'autant plus, que le vent ſera plus violent, parcequ' alors auſſi les flôts de la mer concourent à repouſſer le vaiſſeau.

CHAPITRE VII.

Eclairciſſemens ſur les différentes eſpeces de vaiſſeaux.

§. 48.

Lorsque nous avons établi les différentes eſpeces de vaiſſeaux ſur les differens rapports, qui regnent entre la longueur de la carine *a* & ſa largeur *b*, nous y avons été conduits par la conſidération du rapport entre la réſiſtance de la prouë & celle de la plus large ſection transverſale de la carine, lor que l'une & l'autre ſe meuvent directement dans l'eau. Or ayant conſulté là deſſus quelques expériences faites ſur des vaiſſeaux de Guerre, nous avons ſuppoſé ce rapport comme $\frac{2bb}{aa+2bb}$ à 1, qui tient un milieu harmonique entre les deux cas extrêmes, entre lesquels il ſem-

ſemble, qu'on puiſſe rapporter tous les vaiſſeaux qui ſont en uſage. Or on voit bien que cette hypothèſe ſe fonde ſur une certaine loi, ſelon laquelle la largeur de la carine eſt diminuée depuis ſon milieu jusqu'à l'extremité de la proüe; de ſorte que dès que la conſtruction d'un vaiſſeau s'écarte de cette loi, il pourroit bien arriver que la réſiſtance de ſa proüe devint ou plus grande ou plus petite que ſelon notre formule: parconſéquent puisque les differentes deſtinations des vaiſſeaux demandent auſſi differentes configurations de la proüe, on ne doit pas être ſurpris quand l'application de notre formule s'écarte ſouvent de la vérité. C'eſt donc pour remédier à ce défaut, que nous ajoutons ici les éclairciſſemens ſuivans ſur le vrai caractère des différentes éſpeces des vaiſſeaux.

§. 49.

Or d'abord il eſt bon de remarquer, que dans les courſes directes une erreur dans

dans notre formule ne ſauroit prèsque tirer à conſequence vû que dans les navigations il importe peu, ſi le vaiſſeau angle ou un peu plus vite, ou plus lentement que ſelon notre regle; puiſqu'on ne ſe donne pas toujours la peine, de méſurer exactement tant la viteſſe du vent que la ſurface des voiles, pour pouvoir comparer la viteſſe actuelle du vaiſſeau avec notre formule. Et quelque grande que puiſſe être cette différence, elle n'aura aucune influence ſur la manoeuvre des vaiſſeaux. Mais il n'en eſt pas de même dans les courſes obliques, où la connoiſſance de la dérive qui fait une partie très éſſentielle dans l'art de bien conduire les vaiſſeaux, dépend principalement de la juſteſſe de notre formule: de ſorte que ſi elle s'écartoit beaucoup de la vérité, elle pourroit bien occaſioner des ſuites très facheuſes. Or ayant ſuppoſé l'angle A F Y $= \psi$, que la force pouſſante F Y fait avec la direction du vaiſſeau F A,

Tab. II Fig. 7.

&

& l'angle A F X $= \Phi$ que fait la courſe du vaiſſeau F X avec ſa propre direction F A, ce qui eſt la dérive du vaiſſeau; nous avons établi conformement à notre hypothéſe cette rélation entre les deux angles ψ & Φ: tang. $\psi = \frac{a^3}{2b^3}$. tang. Φ^2. D'où l'on voit, que ſi cette égalité s'écartoit beaucoup de la vérité, les regles que nous avons préſcrites pour les courſes obliques, pouroient bien cauſer des erreurs aſſés conſidérables. Or c'eſt principalement ſur cette égalité, que nous avons établi les differentes éſpeces des vaiſſeaux, plustôt que ſur le rapport immédiat entre la longueur & la largeur de la carine. Ainſi notre premiére éſpece marquée par le caractère $a = 3\,b$ doit renfermer actuellement tous les vaiſſeaux, où cette rélation a lieu, tang. $\psi = \frac{27}{2}$. tang. Φ^2 quand même le rapport entre a & b ſeroit tout autre que $a = 3\,b$. De la même maniere le vrai caractère de notre ſeconde éſpece marqué par $a = \frac{7}{2}\,b$, doit comprendre tous les vaiſſeaux pour

pour lesquels on aura tang. $\psi = \frac{343}{16}$. tang. Φ^2, ou à peu près tang. $\psi = 22$. tang. Φ^2, quelque fut le rapport entre a & b; & il en eſt de même de toutes les autres eſpeces. C'eſt donc de là qu'il faut juger à laquelle eſpece on doit rapporter chaque vaiſſeau propoſé. Pour faire voir cela par un exemple, ſuppoſons que pour un certain vaiſſeau, cette rélation a lieu, tang. $\psi = 50$. tang. Φ^2, & on n'a qu'à comparer le nombre 50 avec notre coëfficient $\frac{a^3}{2b^3}$, & on en tirera $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{100}$; ou bien $a = 4\frac{2}{3}$. b. D'où l'on voit que ce vaiſſeau doit être rangé entre notre quatrieme eſpece marquée par $a = 4\frac{1}{3}b$ & la cinquieme marquée par $a = 5b$, ſans nous ſouvenir du rapport actuel entre la longueur & la largeur de la carine de ce vaiſſeau.

§. 50.

Pour rendre ce jugement général, ſuppoſons que pour un vaiſſeau propoſé

posé on ait trouvé cette relation tang. $\psi = N.$ tang. Φ^2; qu'on pose $\frac{a^3}{2b^3} = N$, d'où l'on tire $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{2.N}$. Soit en prenant cette racine cubique à peu près $\sqrt[3]{2.N} = n$, & on aura $a = n.b$: d'où l'on voit que ce vaisseau doit être rapporté à celle des nos éspeces qui est marquée par $a = n.b$, quoique le vrai rapport entre la longueur & la largeur de la carine puisse être très different de celui-ci. Or il ne sera pas difficile de découvrir la valeur de ce nombre N par une expérience assés simple: on mettra les voiles obliquement à l'axe A B sous un angle A F S $= \eta$, qu'on pourra prendre à volonté, & dirigeant le vaisseau ensorte, que le vent tombe perpendiculairement sur les voiles, pour être d'autant plus assuré que la force poussante F Y y soit aussi perpendiculaire; de sorte qu'il n'y ait rien à craindre de la courbure des voiles; & on aura l'angle $\psi = 90° - \eta$. Dans cet état on fera courir le vais-

ſeau par quelque eſpace, & on obſervera exactement la route F X, ſur laquelle le vaiſſeau ſillera; d'où l'on connoîtrera la dérive ou l'angle A F X $= \Phi$. Connoiſſant donc par une telle expérience les deux angles Ψ & Φ, on aura le nombre $N = \frac{tang.\Psi}{tang.\Phi^2}$; d'où l'on déterminera la juſte eſpece, à laquelle ce vaiſſeau doit être rapporté. Au reſte il ſera toujours bon de faire ces expériences par un beau tems & lorſque la mer eſt calme, pour n'avoir rien à craindre des agitations des vagues.

§. 51.

Des bons modèles en petit, qui repréſentent exactement les vaiſſeaux tels qu'ils ſont, peuvent auſſi très utilement ſervir à faire des importantes expériences ſur la réſiſtance des vaiſſeaux: ce qui eſt d'autant plus néceſſaire, que la théorie ſur ce ſujet eſt encore très défectueuſe, comme nous l'avons déja remarqué. Or pour cet éffet il n'eſt pas même néceſſaire, que le modèle repréſente le vais-

vaiſſeau tout en entier: il ſuffit qu'il exprime exactement la figure de la carine & ſurtout ſa ſurface, même jusqu'au dégré de politure, puisqu'on a obſervé, que plus ou moins de politure eſt capable de changer aſſes ſenſiblement la réſiſtance des vaiſſeaux. Il ſeroit donc ſuperflu de repréſenter dans un tel modèle toutes les parties de l'intérieur du vaiſſeau, & encore moins tout ce qui ſe trouve au deſſus de l'eau; mais il eſt d'autant plus néceſſaire de charger un tel modèle enſorte, qu'étant mis dans l'eau ſa partie ſubmergée réponde exactement à celle du vaiſſeau même. On comprendra aiſément, qu'en faiſant pluſieurs telles petites carines de figures différentes, on en pourra retirer des éclairciſſemens très importans, pour perfectioner la conſtruction des vaiſſeaux, puisque les expériences qu'on fera aiſément avec de telles piéces, nous découvriront ſans peine les bonnes ou les mauvaiſes proprietés, que les grands

vaiſſeaux executés ſelon des tels modèles devroient avoir à l'égard de la réſiſtance. Car pour les autres proprietés des vaiſſeaux, la théorie eſt déja aſſés ſolidement établie, pourqu'on n'ait plus beſoin de conſulter là deſſus l'expérience.

§. 52.

Pour faire ces ſortes d'expériences, on a beſoin d'un grand baſſin rempli d'eau *l l n n*, dans lequel un tel modèle puiſſe ſe mouvoir librement par un eſpace aſſes conſidérable. Suppoſons donc, qu'on veuille découvrir la réſiſtance, qu'un tel petit vaiſſeau A B éprouvera dans l'eau par ſa proüe dans la courſe directe, & on n'a qu'à y attacher un fil A M N O, qu'on fera paſſer hors du baſſin par deſſus une poulie O, & qu'on chargera à l'autre bout d'un poids P, qui par ſa péſanteur trainera le petit vaiſſeau par l'éſpace A M N. Où il faut obſerver qu'on attache le fil au petit vaiſſeau, enſorte que pendant ſon mouvement la juſte

Tab. IV. Fig. 14.

por-

portion de la carine demeure enfoncée dans l'eau, & que le mouvement ſe faſſe par la même ligne droite A N ſelon la direction de l'axe B A; ce qu'on practiquera aiſément après avoir fait quelques eſſais. Lorsque ce vaiſſeau commencera à ſe mouvoir, ſon mouvement ſera d'abord accéléré, mais il acquerrera bientôt un mouvement uniforme. Suppoſons que cela arrive après avoir parcouru l'eſpace A M, & on marquera cet endroit M ſur le baſſin par la ligne *m m*; & auſſitôt que le vaiſſeau aura atteint ce terme M, on contera par le moyen d'un pendule, le nombre des ſecondes qu'il lui faut, pour parcourir l'eſpace M N, & dès qu'on aura obſervé ce tems, on ſera en état d'aſſigner la réſiſtance que ce vaiſſeau rencontrera dans les courſes directes.

§. 53.

Pour cet effet qu'on reduiſe d'abord le poids P, dont on charge le fil, à un volume d'eau également peſant

de ſorte que P ſoit une étendüe de trois dimenſions: enſuite ſoit rr la ſurface plane qui éprouveroit la même réſiſtance que le vaiſſeau, en ſe mouvant directement dans l'eau avec la même viteſſe; deſorte que rr nous repréſente la réſiſtance abſolüe du vaiſſeau que nous cherchons: ſoit de plus v la viteſſe, avec laquelle le vaiſſeau parcourera uniformement l'éſpace M N qui ſoit $= s$, & que le nombre des ſecondes obſervé ſoit $= t$; de ſorte que les lettres s, t & P expriment des quantités connües, pendant que r & v ſont nos inconnües. Maintenant il eſt clair que la réſiſtance ſera $= \frac{vv}{4g} rr$, laquelle devant être égale à la force P, nous donne cette équation $\frac{vv \cdot rr}{4g} = P$. Or puiſque le mouvement ſe fait avec la viteſſe v par l'eſpace s dans le tems t, on aura $v = \frac{s}{t}$; d'où notre équation deviendra $\frac{ssrr}{4gtt} = P$; de laquelle nous tirons la réſiſtance abſolüe $rr = \frac{4gPtt}{ss}$, exprimée par des quantités connües.

§. 54.

§. 54.

Par de ſemblables expériences faites ſur des modèles de vaiſſeaux, on pourra auſſi découvrir la juſte rélation entre les deux angles ψ & Φ, que nous venons d'indiquer par cette formule Tang. $\psi = N.$ Tang. Φ. Nous n'avons qu'à faire attention à la premiere origine de cette formule, que nous avons tirée cy-deſſus du rapport entre la réſiſtance de la proüe & la réſiſtance laterale, qu'il éprouveroit ſi le mouvement ſe faiſoit ſelon la direction du petit axe de la carine. Car ayant indiqué la réſiſtance de la proüe par la lettre p & la réſiſtance laterale par q, nous avons d'abord trouvé cette égalité Tang. $\psi = \frac{q}{p}$. Tang. Φ. Maintenant l'expérience dont nous venons de parler, nous découvre déja la réſiſtance abſolüe de la proüe $p = rr$. Il ne reſte donc qu'à faire encore une ſemblable expérience, qui nous donnera l'autre réſiſtance abſolüe q.

§. 55.

Pour cet effet on mettra dans le baſſin le petit vaiſſeau ; enſorte qu'en le trainant par l'eſpace M N, la direction du mouvement demeure perpendiculaire au grand axe A B ; ce qu'on pratiquera aiſément par le moyen de deux fils attachés en A & en B, & noués enſemble en C. Comme c'eſt le même vaiſſeau que le précedent, qu'on le faſſe auſſi trainer par le même eſpace M N $= s$, en employant le même poids P. Suppoſons maintenant que la réſiſtance latérale que nous cherchons, ſoit égale à celle d'une ſurface plane R R, & que le mouvement par l'eſpace M N ſe faſſe en T ſecondes ; & nous trouverons comme dans le cas précedent $R^2 = \frac{4gP.TT}{ss}$. Cette formule nous donne donc la valeur de la lettre $q = \frac{4gP.TT}{ss}$, celle de p étant $= \frac{4gP.tt}{ss}$. D'où le rapport entre ces deux réſiſtances devient $\frac{q}{p} = \frac{RR}{rr} = \frac{TT}{tt}$; de ſorte que ce rapport ſuive la raiſon

quar-

quarrée des temps T & t, pendant lequel le même eſpace M N eſt parcourù. Ayant donc $N = \frac{TT}{tt}$, qu'on en tire $n = \sqrt[3]{2N} = \sqrt[3]{\frac{2TT}{tt}}$, & les vaiſſeaux conſtruits ſur ce modèle doivent être rapportés à l'eſpece, qu'on marque par les lettres $a = nb$, quelque ſoit le vrai rapport entre la longueur de la carne a & ſa largeur b.

Suppoſons, que par une expérience on ait trouvé les deux temps $t = 5''$ & $T = 40''$, & on obtiendra $N = 64$; & partant $n = \sqrt[3]{2N} = 5,04$; d'où l'on voit, qu'un tel vaiſſeau doit être rangé dans notre cinquieme éſpece $a = 5b$ à peu près. C'eſt donc en général ſur ce pied là, qu'il faut appliquer les regles domées cy-deſſus pour les courſes obiques des vaiſſeaux.

SUPPLEMENT
SUR
L'ACTION DES RAMES.

Digitized by Google

Digitized by Google

SUR
L'ACTION DES RAMES.

§. I.

L'action des rameurs etant un des plus pénibles travaux, il eſt ſans doute bien facheux, que ce ne ſoit que le tiers des leurs éfforts, qui ſoit employé à mettre le vaiſſeau en mouvement, tandisque les deux autres tiers ſe perdent quaſi inutilement, tant en lévant les rames hors de l'eau, qu'en les retirant par l'air pour les plonger de nouveau dans l'eau. Donc ſi le nom-

nombre des tous les rameurs eſt poſé $= n$, on n'en ſauroit compter que $\frac{1}{3} n$, qui travaillent actuellement à mouvoir le vaiſſeau; car quoiqu' ordinairement tous les rameurs agiſſent à la fois en frappant l'eau avec leurs rames, & qu'ils pourſuivent leur action en même ordre, il ſera néanmoins permis de ſuppoſer, qu'il n'y ait que $\frac{1}{3} n$ des rameurs, qui travaillent continuellement à pouſſer le vaiſſeau, afin qu'on puiſſe regarder le mouvement du vaiſſeau comme uniforme, ſans être obligé de faire attention aux accélérations & retardations alternatives, aux quelles ces vaiſſeaux ſont aſſujettis en effet. D'ailleurs comme les rameurs ſont des agens libres, leur action n'eſt pas ſuſceptible d'une plus exacte détermination; parcequ' une aſſés grande variété ſe peut gliſſer dans leurs efforts, ſans qu'ils s'en apperçoivent presque eux mêmes.

§. II.

§. II.

Conſidérons à préſent la force, avec laquelle un rameur eſt capable d'agir ſur le vaiſſeau; & d'abord il faut remarquer, que quelques grands que ſoient les éfforts, qu'un rameur peut exercer étant en repos, ils doivent ſouffrir une diminution d'autant plus grande, qu'ils ſont plus obligés de mettre leur corps ou leurs membres en mouvement, & il y aura toujours un certain dégré de viteſſe qu'ils ne ſauroient ſurpaſſer; de ſorte que plus ils y approchent, plus auſſi la force qu'ils ſont en état d'employer, deviendra petite & évanouira enfin entierement. Comme il eſt ici de la derniere importance, de tenir compte de cette variabilité dans la force des rameurs, qui réſulte de leur propre mouvement; nous tâcherons de la ramener à quelque détermination fixe. Nommons pour cet éffet F la force, qu'un rameur en repos eſt capable de déployer, & ſoit *c* la plus grande viteſſe, avec laquelle il peut mou-

mouvoir ſes membres; de ſorte qu'il ne ſeroit plus alors en état de vaincre le moindre obſtacle; & il s'agit d'aſſigner la force, avec laquelle ce même rameur pourra agir, lorsqu'il eſt obligé de ſe mouvoir avec une viteſſe donnée $= u$; or la formule qui exprime cette force, doit être telle, que prenant la viteſſe $u = 0$ la force devienne $= F$, & qu'elle évanouiſſe en mettant $u = c$.

§. III.

Cette diminution de force eſt ouvertement cauſée par les efforts, que les rameurs doivent apporter à leur propres corps; de ſorte qu'il leur en reſte d'autant moins pour appliquer aux rames. Comme la liberté elle même ou bien une caprice y peut beaucoup influer, il eſt ſans doute impoſſible de renfermer cette variabilité dans quelques formules analytiques; mais il ſemble, que nous ne nous écarterons pas beaucoup de la vérité, quand nous com-

comparerons ce cas avec la force d'un courant d'eau, dont la viteſſe ſoit $= c$, & qui en choquant un corps en repos y exerce une force $=$ F. Car maintenant ſi le même corps eſt porté ſelon la même direction avec une viteſſe $= u$, moindre que c, on ſait, que la force du courant ſur ce corps ſera alors $=$ F $(1 - \frac{u}{c})^2$; d'où il ſemble, que nous nous puiſſions ſervir de cette même formule, pour exprimer la force d'un rameur pour le cas propoſé. Or il eſt bon d'obſerver ſur cette formule, que la lettre F n'exprimera pas tant une force abſolüe, qu'un volume d'eau dont le poids eſt égal à la force en queſtion; & que les lettres c & u, dont nous nous ſervons pour exprimer les viteſſes, marquent les eſpaces, qui ſeroient parcourus pendant une ſeconde de tems par ces mêmes viteſſes.

§. IV.

Conſidérons maintenant le rameur en action, & ſoit u la viteſſe, avec laquelle il

remüe ſon corps & principalement ſes bras ; & la force qu'il déployera ſur les rames, ſera exprimée par cette formule $F(1-\frac{u}{c})^2$. Donc puisque le nombre des tous les rameurs eſt ſuppoſé $= n$, & que ce n'eſt que le tiers, qui eſt en action ; la ſomme des toutes les forces, qui agiſſent ſur les rames, pour mouvoir le vaiſſeau, ſera $= \frac{1}{3} n. F(1-\frac{u}{c})^2$. C'eſt donc la force totale, qui agit continuellement ſur le vaiſſeau, & que nous indiquerons pour abréger par la lettre P; de ſorte que $P = \frac{1}{3} n. F(1-\frac{u}{c})^2$.

§. V.

Que la ligne P O Q repréſente une rame appuyée en O ſur le bord du vaiſſeau, & nommons ſa partie au dedans du vaiſſeau $O P = p$ & l'autre partie hors du vaiſſeau $O Q = q$, en prenant le point P là, où la force du rameur eſt appliquée, & le point Q dans le centre de la pale, où l'eau eſt frappée par la rame. Cela poſé, puis-

puisque le point de la rame P eſt tiré par le rameur dans la direction P R avec la viteſſe $= u$, la ligne P R étant perpendiculaire à O P ; l'autre point Q en recevra un mouvement ſelon la direction Q S avec une viteſſe $= \frac{q.u}{p}$, la ligne Q S étant pareillement perpendiculaire à O Q, puisque nous regardons la rame comme une ligne droite, ou comme un levier appuié au point O.

§. VI.

Conſidérons à préſent le mouvement même du vaiſſeau, qui coure ſelon la direction A α avec une viteſſe $= v$, & il eſt clair, que le vaiſſeau rencontrera dans l'eau la même réſiſtance, qu'il ſouffriroit, s'il étoit en repos & que l'eau y coulât ſuivant la direction contraire α A avec la viteſſe $= v$: ce qui nous met en état de regarder le vaiſſeau comme etant effectivement en repos, & que l'effet des rames dût être employé pour conſerver ce vaiſſeau en repos dans le courant

d'eau, dont la viteſſe eſt v. Or pour déterminer la réſiſtance même, ſoit ff une ſurface plane qui étant frappée directement par le même courant d'eau, en reçoit un choc égal à la réſiſtance cherchée; & on ſait, que la force de cette réſiſtance ſera égale au poids d'une maſſe d'eau, dont le volume ſeroit $= ff.\frac{vv}{4g}$, où g marque la hauteur de la chute d'un corps dans une ſeconde de tems. Poſons auſſi pour abréger cette formule $\frac{ffvv}{4g} = R$.

§. VII.

Retournons à préſent à la rame, dont le point Q a un mouvement ſelon QS avec la viteſſe $= \frac{qu}{p}$; & puiſque maintenant l'eau eſt portée elle même ſelon la direction α A avec la viteſſe $= v$, on voit que la rame n'eſt frappée par l'eau, qu'entant que ſa viteſſe $\frac{qu}{p}$ ſurpaſſe la viteſſe de l'eau v. Or quoique la direction QS ne ſoit pas préciſement la même que α A, la

la différence ne ſauroit jamais être très conſidérable; au moins donne-t'-on aux rames une telle longueur, que pendant qu'on les tire par l'eau, la direction Q S ne diffère que fort peu de la direction du vaiſſeau. Par conſéquent la viteſſe avec laquelle l'eau eſt frappée par les rames, ſera $= \frac{qu}{p} - v$.

§. VIII.

Soit à préſent $b\,b$ la ſurface de chaque pale, ou de chaque extrémité des rames, avec laquelle l'eau eſt frappée & même perpendiculairement ou au moins fort à peu près; & la force qui en réſulte ſera $= \frac{b\,b}{4g} \cdot (\frac{qu}{p} - v)^2$, dont la direction ſera la droite Q T la même à peu près que celle du mouvement; & comme cette formule exprime la force d'un rameur produite dans le point P de la rame, la ſomme des toutes ces forces ſera $= \frac{1}{2} n. \frac{b\,b}{4g} (\frac{qu}{p} - v)^2$, que nous nommerons pour abréger $= Q$. Où il faut obſerver, que $b\,b$ marque l'aire d'une pale, qui répond à un rameur:

car ſi deux ou pluſieurs etoient appliqués à la même rame, alors hh ne marqueroit que la moitié ou encore une moindre partie de toute la ſurface de la pale.

§. IX.

Voilà donc trois forces, P, Q & R, d'où dépend la ſolution de notre problème, ou bien la détermination de la viteſſe qui ſera imprimée au vaiſſeau par les n rameurs, que nous lui ſuppoſons appliqués: & d'abord puisque nous conſidérons le vaiſſeau comme en repos, la nature du lévier appuié au point O nous fournit le juſte rapport entre les forces P & Q, par lesquel nous aurons $P.p=Q.q$. Or puisque ces deux forces ne ſont appliquées qu'à la rame, qui leur obéit actuellement, on ne les ſauroit conſidérer comme agiſſantes immédiatement ſur le corps du vaiſſeau; mais c'eſt principalement la force, que ſoutient l'appui O, qui agit immédiatement ſur le

le vaiſſeau ; cette force étant donc égale à la ſomme P + Q, le point O en ſeroit ſollicité ſelon la direction O A, mais puisque les rameurs en forçant ou tirant les rames dans la direction P R, appuient leurs corps & principalement leurs pieds contre le vaiſſeau, il en réſulte une force = P, dont le vaiſſeau eſt repouſſé en ſens contraire. Il faut donc ôter cette force de celle, qui eſt appliquée au point O, & qui eſt = P + Q, de ſorte qu'il ne reſte que la force = Q, avec laquelle le vaiſſeau eſt pouſſé dans la direction O A. Donc puisque le mouvement du vaiſſeau eſt ſuppoſé uniforme, il faut que cette force Q ſoit préciſément égale à la réſiſtance R; enſorte que nous n'avons, qu'à réſoudre ces deux équations: 1°. $P.p = Q.q$ & 2°. $Q = R$.

§. X.

La derniere des ces équations $Q = R$ en remettant les valeurs ſuppoſées, nous donne

$$\frac{1}{2} n. \frac{b\,b}{4\,g} \left(\frac{q\,u}{p} - v\right)^2 = \frac{ff.v\,v}{4\,g};$$

dont la racine quarrée eſt

$$b.\left(\frac{qu}{p}-v\right)\sqrt{\tfrac{1}{3}n}=fv$$

ou bien

$$\frac{qu}{p}-v=\frac{fv}{b\sqrt{\frac{1}{3}n}}.$$

Poſons pour abréger

$$\frac{f}{b\sqrt{\frac{1}{3}n}}=m;$$

de ſorte que

$$ff=\tfrac{1}{3}m^2.b^2.n, \text{ ou } n=\tfrac{3.ff}{m^2.b^2};$$

& notre équation ſera $\frac{qu}{p}-v=mv$; par conſéquent

$$\frac{q}{p}=\frac{(m+1)v}{u} \text{ \& } \frac{p}{q}=\frac{u}{(m+1)v}.$$

D'où nous connoiſſons le rapport entre les deux parties de chaque rame, les deux viteſſes v & u avec le nombre m etant données.

§. XI.

Enſuite à cauſe de $Q=R$, la premiere équation nous fournit

$$P=\frac{qR}{p}=\frac{(m+1)v}{u}.R,$$

& introduiſant les valeurs ſuppoſées, nous

nous obtiendrons cette nouvelle équation

$$\tfrac{1}{3} n.\, \mathrm{F}\left(1 - \tfrac{u}{c}\right)^2 = \frac{ff(m+1)v^3}{4g.u};$$

& partant

$$\tfrac{1}{3} n.\, \mathrm{F}.u\left(1 - \tfrac{u}{c}\right)^2 = \frac{ff.(m+1).v^3}{4g},$$

qui nous ſert à trouver la viteſſe du vaiſſeau v, la force des rameurs avec leur nombre n, leur viteſſe u, & le nombre m étant donnés; puisque nous en aurons

$$v = \sqrt[3]{\frac{4.ngF\,u\left(1 - \tfrac{u}{c}\right)^2}{3.ff(m+1)}}.$$

§. XII.

De là nous ſommes en état, de réſoudre d'abord cette queſtion très importante: *avec quelle viteſſe les rameurs doivent-ils agir ſur les rames, afin que le vaiſſeau en reçoive la plus grande viteſſe poſſible*? car nous voyons, que cette viteſſe évanouiroit, tant au cas $u = 0$, qu'au cas $u = c$. Il s'agit donc de trouver la valeur de n, afin que la premiere formule obtienne la plus grande valeur poſſible; ce qui

arrive en prenant $u = \frac{1}{3}c$. Ici il eſt très remarquable, que puisque $F(1-\frac{u}{c})^2$ exprime la force d'un rameur, & u la viteſſe avec laquelle il agit, le produit $Fu(1-\frac{u}{c})^2$ exprime préciſément ce qu'on nomme en méchanique la quantité d'action: & cette vérité mérite également toute notre attention, que la viteſſe imprimée au vaiſſeau v eſt proportionelle à la racine cubique de la quantité d'action des rameurs; entant que la lettre m demeure la même: car puisque m renferme auſſi le nombre des rameurs, cette proportion ſera ſans doute plus compliquée, comme nous le verrons dans la ſuite. Il n'y a donc aucun doute, qu'on ne doive prendre $u = \frac{1}{3}c$, ce qui donne la quantité d'action $\frac{4}{27}.Fc$: d'où la plus grande viteſſe du vaiſſeau ſera exprimée enſorte $\sqrt[3]{\frac{16}{81}.\frac{ugFc}{ff(m+1)}}$, qui en mettant pour n ſa valeur $\frac{3ff}{m^2b^2}$, prend cette forme $\sqrt[3]{\frac{16}{81}.\frac{gFc}{m^2b^2(m+1)}}$: & ayant trouvé cette viteſſe

viteſſe chaque rame doit être partagée enſorte au point O, qu'il devienne

$$\frac{OQ}{OP} = \frac{q}{p} = \frac{(m+1)v}{u} = \frac{3(m+1)v}{c},$$

& alors on peut être aſſuré, que les rames ſont le plus avantageuſément diſpoſées, pour imprimer au vaiſſeau la plus grande viteſſe, qu'il ſoit poſſible.

§. XIII.

Pour appliquer ces formules à la Pratique, il faut d'abord donner à F, qui marque la force dont un homme en repos eſt capable d'agir, ſa juſte valeur: & on comprend aiſément qu'on ne ſçauroit ſuppoſer cette force trop grande, afin que les rameurs puiſſent ſoutenir le travail. En conſultant quelques expériences, on ne ſçauroit augmenter cette force au de là de trois quarts d'un pied cubique d'eau, ou environ à cinquante quatre livres. Enſuite il ſemble, que la plus grande viteſſe d'un homme c ne doit pas ſurpaſſer ſept pieds & demi, dont le tiers ou la valeur de u devient de $2\frac{1}{2}$ pieds, ce qui nous

nous met en état de juger d'abord, ſi une galère, ou autre bateau à rames, eſt bien diſpoſé on non. Car ſi les rameurs en tirant les rames par l'eau, remüent leurs bras avec une plus grande on plus petite viteſſe que de deux pieds & demi par ſeconde, c'eſt une marque très ſure, que le travail des rameurs n'eſt pas bien arrangé.

§. XIV.

L'expérience nous donne auſſi à connoître, que la grandeur d'une pale rapporté à un homme, ne ſauroit ſurpaſſer un démi-pied quarré; à fin que les rames ne deviennent trop péſantes pour être maniées par les rameurs. Mettant donc $hh = \frac{1}{2}$, le nombre des rameurs devient $n = \frac{6.ff}{m^2}$. Or poſons à préſent le nombre des tous les rameurs $n = \alpha ff$, la quantité ff étant exprimée en pieds quarrés, puiſque tout eſt rapporté à la quantité de la réſiſtance indiquée par ff; & de là nous aurons $mm = \frac{6}{\alpha}$ & $m = \sqrt{\frac{6}{\alpha}}$.

Enfin

Enfin puisque la hauteur $g = 16$ pieds de Londres, dont nous nous ſevirons ici, les deux équations qui renferment toute la ſolution de notre Problème, ſeront:

$$v = \sqrt[3]{\frac{160.\alpha}{9(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}})}} = \sqrt[3]{\frac{160}{9}}.\frac{\alpha}{1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}}}$$

& ayant trouvé v, l'autre équation eſt:

$$\frac{q}{p} = \frac{3(m+1)v}{c} = \frac{2(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}})v}{5}$$

ou $\frac{q}{p} = \frac{2}{3}.v(1+\sqrt{\frac{6}{\alpha}})$.

§. XV.

Ces formules ſont à préſent aſſés propres, pour en calculer une table, qui marque pour chaque nombre de rameurs, tant la viteſſe du vaiſſeau, ou l'éſpace parcourû par une ſeconde de tems, exprimée en pieds de Londres; que la proportion entre les deux parties de chaque rame, ou bien la valeur de la fraction $\frac{OQ}{OP}$. La premiere colonne dans la table que nous allons donner, marquera donc le nombre des rameurs par l'expreſſion αff, où ff eſt la réſiſtance abſolüe exprimée en pieds quarrés,

rés, & pour cet effet nous donnerons à la lettre α ſucceſſivement les valeurs 1, 2, 3, 4, 5 &c. jusqu'à 40 & encore au delà, puisque ayant examiné une Galere de deux cent ſoixante rameurs, on a trouvé la réſiſtance abſolüe $ff = 10$ pieds quarrés, de ſorte que le nombre des rameurs étoit $= 26\,ff$. La ſeconde colonne montrera la viteſſe du vaiſſeau, ou le nombre des pieds parcourús par ſeconde. Dans la troiſieme colonne nous indiquerons l'éſpace parcouru dans une heure, qui eſt donc $3600.\,v$; & enfin la quatrieme colonne fera connoître la juſte valeur du rapport $\frac{QQ}{OP}$. En voici la table:

Nombre des rameurs.	Viteſſe du Vaiſſeau.	Eſpace parcouru par heure.	Rapport $\frac{QQ}{OP}$.
$1\,ff$	1, 727	6218	2, 383
$2\,ff$	2, 352	8468	2, 570
$3\,ff$	2, 806	10080	2, 710
$4\,ff$	3, 173	11425	2, 824
$5\,ff$	3, 487	12555	2, 923

Nom-

Nombre des rameurs.	Viteſſe du Vaiſſeau.	Eſpace parcouru par heure	Rapport $\frac{OQ}{OP}$
6 ff	3, 764	13551	3, 011
7 ff	4, 013	14446	3, 091
8 ff	4, 240	15263	3, 165
9 ff	4, 449	16017	3, 233
10 ff	4, 646	16725	3, 290
11 ff	4, 827	17378	3, 357
12 ff	4, 999	17998	3, 414
13 ff	5, 163	18586	3, 468
14 ff	5, 318	19145	3, 520
15 ff	5, 466	19679	3, 568
16 ff	5, 608	20191	3, 617
17 ff	5, 745	20681	3, 663
18 ff	5, 876	21153	3, 707
19 ff	6, 002	21609	3, 750
20 ff	6, 124	22048	3, 792
21 ff	6, 243	22474	3, 832
22 ff	6, 358	22887	3, 871
23 ff	6, 469	23286	3, 909
24 ff	6, 577	23676	3, 946
25 ff	6, 682	24054	3, 982
26 ff	6, 784	24423	4, 017
27 ff	6, 884	24782	4, 052

Nom-

Digitized by Google

Nombre des rameurs.	Viteſſe du Vaiſſeau.	Eſpace parcouru par heure.	Rapport $\frac{OQ}{OP}$
28 ff	6, 982	25135	4, 086
29 ff	7, 077	25475	4, 118
30 ff	7, 170	25810	4, 150
31 ff	7, 262	26140	4, 181
32 ff	7, 350	26458	4, 212
33 ff	7, 437	26773	4, 243
34 ff	7, 522	27080	4, 273
35 ff	7, 606	27380	4, 302
36 ff	7, 688	27678	4, 331
37 ff	7, 769	27966	4, 359
38 ff	7, 848	28254	4, 387
39 ff	7, 926	28533	4, 414
40 ff	8, 003	28811	4, 441
45 ff	8, 368	30127	4, 569
50 ff	8, 708	31347	4, 690
60 ff	9, 325	33563	4, 908
70 ff	9, 874	35546	5, 106
80 ff	10, 374	37347	5, 286
90 ff	10, 834	39003	5, 452
100 ff	11, 261	40539	5, 608

§. XVI.

Digitized by Google

§. XVI.

Par là on voit, que la théorie ne détermine rien ſur la longueur abſolüe des rames; mais dès qu'on a égard à l'éſpace par laquelle les rameurs tirent le point P pendant un ramage, qui ſoit $PR = r$, il eſt évident, que ſi la partie $OP = p$ étoit égale à $PR = r$, la rame parcoureroit dans chaque ramage un angle de 60 dégrés; de ſorte qu'au commencement & vers la fin la direction du choc de l'eau QS ſeroit aſſés oblique à celle du vaiſſeau, d'où réſulteroit une diminution très ſenſible. Donc puisque cette éſpace $PR = r$ peut être éſtimée à peu près de trois pieds, il faut que la partie interieure des rames OP ſoit au moins de cinq ou de ſix pieds, & ainſi toute la longueur ſera à préſent déterminée pour chaque nombre de rameurs. Au reſte il faut encore remarquer, que ſi les circonſtances permettoient de donner aux pales une plus grande ſurface, que d'un demi

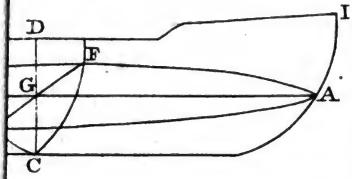
pied quarré, la viteſſe du vaiſſeau en ſeroit aſſes conſidérablement augmentée; comme on le peut voir par une table inſerée dans les memoires de l'Académie de Berlin Tom. III. pag. 210; où j'avois ſuppoſé $hh = \frac{1}{4}$ pieds quarrés: & on y verra auſſi, que le rapport des parties $\frac{QQ}{QP}$ y eſt plus petit. Ces remarques ſemblent abondamment ſuffire à tout ce qui regarde l'action des rames & le mouvement, que le vaiſſeau en reçoit.

2 AP 57

Digitized by Google

Tab. I.

1.



g. 2.

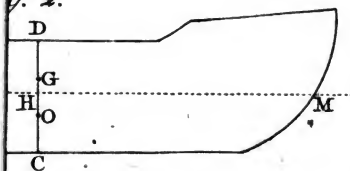


Fig. 3.

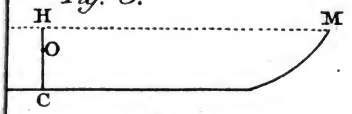


Fig. 4.

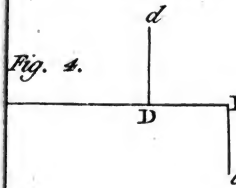
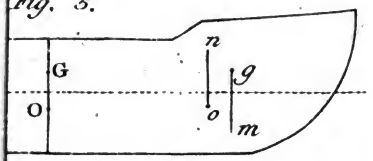


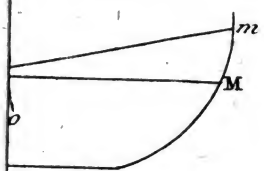
Fig. 5.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. II.



H

Fig. 7.

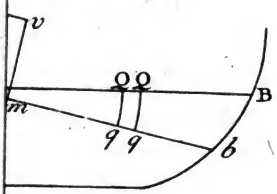
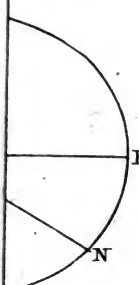


Fig. 8.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. III.

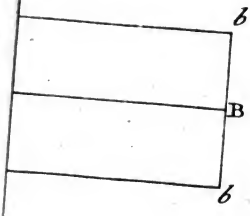
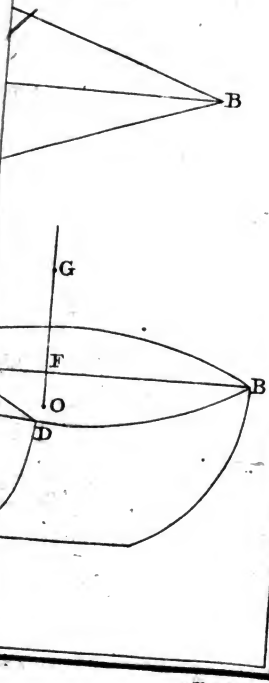


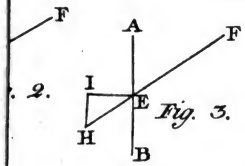
Fig. 10.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. I.



…. 2.

Fig. 3.

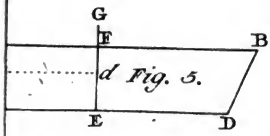


Fig. 5.

…. 6.

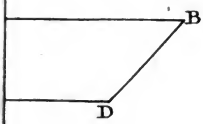
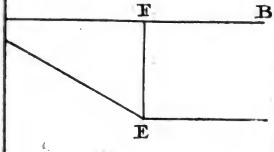


Fig. 8.

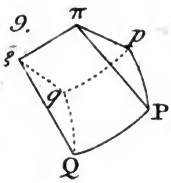


Digitized by Google

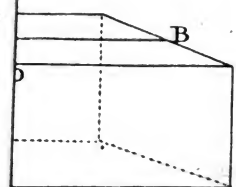
Digitized by Google

Tab. II.

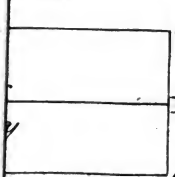
. 9.



10.



. 11.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. III.

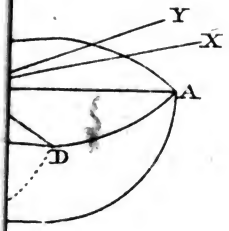
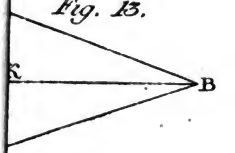


Fig. 13.



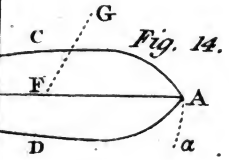


Fig. 14.

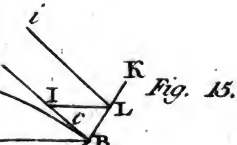


Fig. 15.

Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. IV.

16.

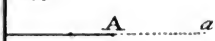


Fig. 17.

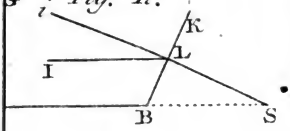
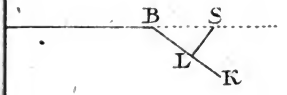


Fig. 18.



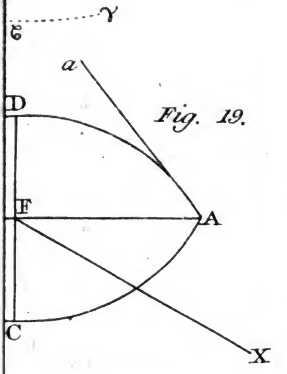
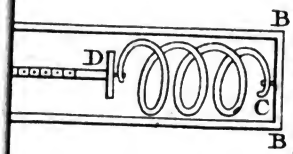


Fig. 19.

Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. I.



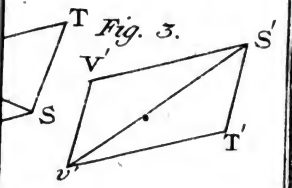
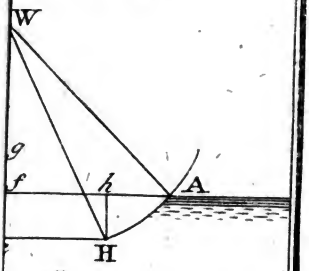


Fig. 3.

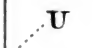
Fig. 4.

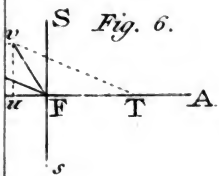


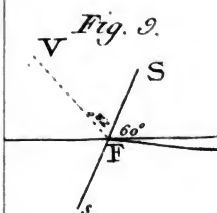
Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. II.



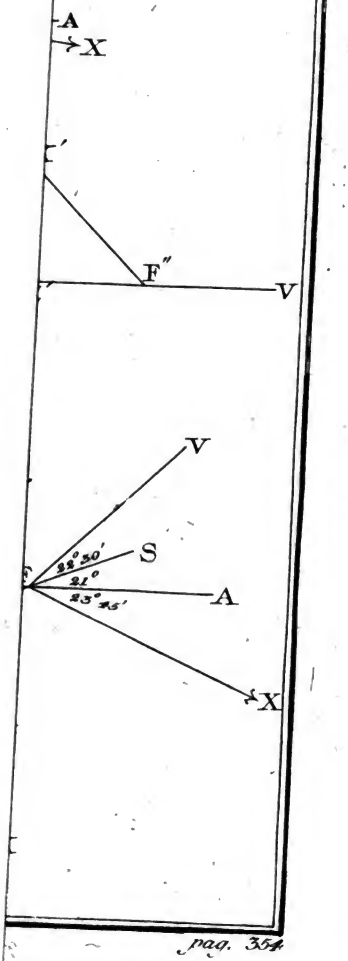




Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. III.

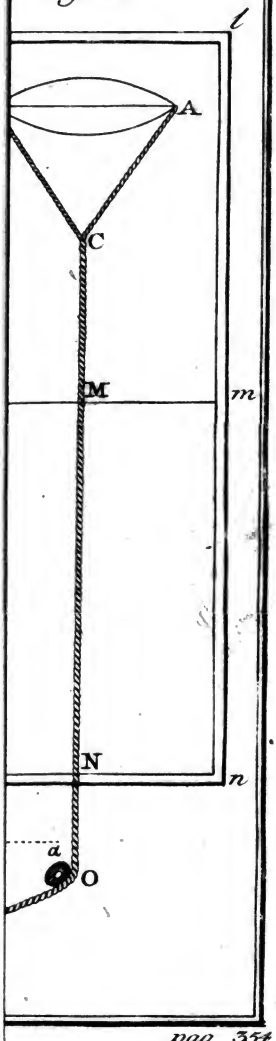


Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. IV.

Fig. 15.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google